M

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

Digitized by Google

Digitized by Google

BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
8 A
20

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

H-20.A.18

Digitized by Google



BIBLIOTECA NA
ROMA
VITTORIO EMANUE

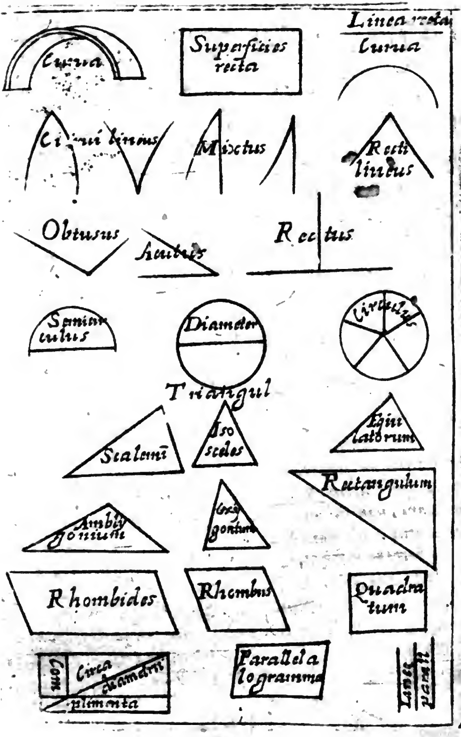
Digitized by Google

Digitized by Google

AD LECTOREM.

ILlud in hac Euclidis editione propoſitum habui, amice Lector, vt quanta maxima poſſum breuitate, tibi Euclidis ipſius demonſtrationes offeram: video enim te alios ſcolijs, commentarijs, adnotationibus oneraſſe, vel ſi mauis, ditaſſe verum obruit aliquando illa rerum multitudo illius ingenium, qui adhuc in Geometiæ initijs verſatur. Hic ſolas habes Euclidis demõſtrationes, & ſi verbulum aliquando addidi, non feci, niſi neceſſitate, vt putabam, impellente: hæ mihi ſufficienter Geometriæ elementa exhibere videntur, non tamen quædam ſubinde corolaria prætermiſi, quæ inſigniora viſa ſunt. Quia autem obſeruaui nonnullos dum nimis contendunt rem explicare longis verborum inuolucris veritatem magis conſepelire; in illis demonſtrationibus, quæ mihi clariſſimæ viſæ ſunt per ſe ſe, & quæ proprietatem oſtendunt ferè oculis obuiam, in illis, in quam, non fui nimius, nec ſingula nimis minutè rem perſecutus. vbi vero Euclidis demonſtratio obſcurior eſt, & proprietas recondita magis verbo non peperci, & ea ..tione, quæ mihi facillima viſa eſt, rem explicare la... ſolum primos poſui libros, quia hi maximè ne...nt, & hi ferè explicantur in ſcholis, ac Geo... proponuntur, quibus præcipuè deſeruire ...derunt Lector gaudebo. Vale

..LIOTECA NAZ... ROMA


Linea recta
curua
Curua
Superficies recta
Curuilineus
Mixtus
Rectilineus
Obtusus
Acutus
Rectus
Semicirculus
Diameter
Circulus
Triangul
Scaleni
Isosceles
Equilaterum
Rectangulum
Amblygonium
Oxygonium
Rhombides
Rhombus
Quadratum
Com plimenta
Circa diametri
Parallelogramma

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER PRIMVS.

DEFINITIONES.

1. PVnctum eſt cuius nulla pars eſt.
2. Linea vero lõgitudo lattitudinis expers.
3. Lineæ autem termini ſunt puncta.
4. Recta linea eſt, quæ ex æquo ſua interiacet pũcta. *quæ videlicet eſt talis, vt procedendo ab vno pũcto extremo. ad alterum punctum non, diſcedamus neq; ad hãc, neq; ad illã partem, ſed ex æquo procedamus. neq; eſt plus lineæ ex vna parte, quam ex altera.*
5. Superficies eſt. quæ longitudinem, latitudinemque tantum habet.
6. Superficiei autem extreme ſunt lineæ.
7. Plana ſuperficies eſt, quæ ex æquo ſuas interiecet lineas. *quod intelligitur eadem ratione, qua lineæ rectæ definitio.*
8. Planus vero angulus eſt duarum linearum in plano ſe mutuo tangentium, & non in directũ iacentium alterius ad alteram inclinatio. *aduerte autem non hoc ita eſſe intelligendum, quaſi vero angulus ſint illę duæ lineæ: eſt enim ſuperficies lineis incluſa, ſeu area illa.*
9. Cum autem quæ angulum continent; lineę rectæ fuerint rectilineus ille angulus appellatur.

Digitized by Google

10. Cum vero rectè linea ſuper rectam cõſiſtens lineã eos, qui ſunt deinceps angulos æquales inter ſe fecerit, rectus eſt vterq; æqualiũ angulorũ, & quæ inſiſti recta, linea dicitur per pẽdicularis illi lineæ cui inſiſtit, *vt eſt linea A B. quæ ita cadit ſuper lineam C D, vt faciat duos angulos ex vtraque parte, æque accuminatos, hoc eſt enim eſſe æquales.*

11. Obtuſus angulus eſt, qui recto maior eſt. *hoc eſt minus accuminatus.*

12. Acutus vero, qui minor eſt recto *magis acuminatus.*

13. Terminus eſt, quod alicuius extremum eſt.

14. Figura eſt, quæ ſub aliquo vel aliquibus terminis cõprehẽditur: *intellige linearibus nõ punctualib.*

15. Circulus eſt figura plana ſub vna linea cõprehenſa, quæ peripheria appellatur; ad quam ab vno puncto eorum, quæ intra figuram ſunt poſita, cadentes omnes rectę lineæ inter ſe ſunt æquales. *ex quo aduerte circulum eſſe aream linea illa incluſam non lineam includentem, vt etiam figura eſt, quæ includitur terminis.*

16. Hoc vero punctũ centrum circuli appellatur.

17. Diameter autem circuli eſt recta quædam linea per centrum ducta, & ex vtraque parte in circuli peripheream terminata, quæ circulum bifaream ſecat. *Hoc eſt in duas partes æquales, hoc enim eſt bifariam ſecare.*

18. Semicirculus verò eſt figura, quæ continetur ſub diametro, & ſub ea linea, quæ de circuli perife-

riſeria auffertur *à diametro.*

19. Rectilineæ figure ſunt, quæ ſub rectis lineis continentur. *hoc eſt terminantur rectis lineis.*

20. Trilatere quidem, quæ ſub tribus.

21. Quadrilatere, quæ ſub quatuor.

22 Multilatere autem, quæ ſub pluribus, quam quatuor rectis lineis comprehenduntur.

23. Trilaterarum autem figurarum, æquilaterum eſt triangulum. quod tria latera habet æqualia.

24. Iſoteles autem, quod duo tantum æqualia habet latera.

25. Scalenum vero eſt, quod tria inæqualia habet latera, *& ſic diuiduntur triangula ratione laterum: ratione vera angulorum iterum:*

26. Trilaterarum figurarum, rectangulum quidē triangulū eſt, quod vnū habet angulum rectum.

27. Amblygonium, quod obtuſum angulum habet: *ſeu vnum maiorem recto.*

28. Oxygonium quod tres habet acutos angulos.

29. quadrilaterarū autem figurarum, quadratum quidē eſt, quod & æquilaterū, & rectangulū eſt. *habēs angulos rectos. & latera equalia, vt eſt in figura.*

30. Altera verò parte longior figura eſt, quæ rectāgula quidē at æquilatera non eſt, *vt in figura.*

31. Rhombus autem, quæ æquilatera, ſed rectangula non eſt.

32 Rhomboides verò, quæ aduerſa, & latera, & angulos habens inter ſe æquales, neque æquilatera eſt, neque rectangula.

Digitized by Google

33. Præter has autem reliquæ quadrilateræ figuræ trapetia appellentur.

34. Parallele rectæ lineæ ſunt, quæ cum in eodem ſint plano, & ex vtraque in infinitum producãtur parte in neutram, ſibi mutuo incidunt, *quod intellige de lineis rectis*.

35. Parallelogrammum eſt figura quadrilatera, cuius bina oppoſita latera ſunt parallela, ſeu æquidiſtantia.

36. Cum verò in Parallelogrammo diameter ducta fuerit duæq; lineæ lateribus parallele ſecantes diametrum in vno eodemq; puncto, ita vt, parallelogrammum ab is parallelis in quatuor diſtribuatur parallelogramma appellantur duo illa per quæ diameter non tranſit complementa duo vero reliqua per quæ diameter incidit circa diametrum conſiſtere dicuntur.

Petitione ſiue poſtulata.

1. POſtuletur, vt à quouis puncto in quis pũctum rectam lineam ducere concedatur.
2. Et rectam lineam terminatam in continuum, ſeu in directum vlterius producere.
3. Item quo vis centro, & interuallo circulum deſcribere.
4. Item quacumque magnitudine data finita ſumi poſſe aliam magnitudinem, vel maiorem, vel minorem.

Com-

Communes notiones, ſiue Axiomata.

1. QVæ eidem æqualia; & inter ſe ſunt æqualia, & quod vno æqualium maius eſt, aut minus, maius quoq; eſt, aut minus altero æqualium; & ſi vnum æqualium maius eſt, aut minus magnitudine quapiã; alterum quoque æqualiũ eadẽ magnitudine maius, eſt aut minus *reſpectiuè*.
2. Si æqualibus æqualia adiecta ſint, tota ſunt æqualia.
3. Si ab æqualibus æqualia ablata ſint, quæ relinquuntur ſunt æqualia.
4. Si inequalibus æqualia adiecta ſint, tota ſunt inæqualia; & ſi inæqualibus inæqualia adiecta ſint maiori maius, & minori minus, remanent inæqualia.
5. Si ab inæqualibus æqualia ablata ſint, reliqua ſunt inæqualia; etſi ab inæqualibus inæqualia ablata ſint à maiori minus, à minori maius, reliqua ſunt inæqualia.
6. Quæ eiuſdẽ duplicia ſunt, inter ſe ſunt æqualia, & quod vni æqualium duplum eſt, duplum eſt & alterius.
7. Quæ eiuſdem ſunt dimidia, inter ſe ſunt equalia; & contra
8. Quæ ſibi mutuo congruũt inter ſe ſunt æqualia.
9. Totum eſt maius ſua parte.
10. Duæ lineæ rectæ non habent commune ſegmentum: *vt ſecundum vnam partem quantam*

ſe

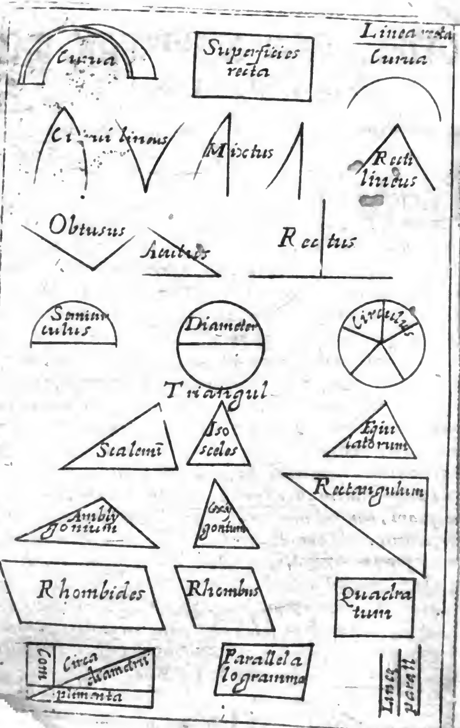
12 · 8 · A · 20

Digitized by Google

AD LECTOREM.

Illud in hac Euclidis editione propoſitum habui, amice Lector, vt quanta maxima poſſum breuitate, tibi Euclidis ipſius demonſtrationes offeram: video enim te alios ſcolijs, commentarijs, adnotationibus oneraſſe, vel ſi mauis, ditaſſe verum obruit aliquando illa rerum multitudo illius ingenium, qui adhuc in Geometriæ initijs verſatur. Hic ſolas habes Euclidis demonſtrationes, & ſi verbulum aliquando addidi, non feci, niſi neceſſitate, vt putabam, impellente: hæ mihi ſufficienter Geometriæ elementa exhibere videntur, non tamen quædam ſubinde corolaria prætermiſi, quæ inſigniora viſa ſunt. Quia autem obſeruaui nonnullos dum nimis contendunt rem explicare longis verborum inuolucris veritatem magis conſepelire; in illis demonſtrationibus, quæ mihi clariſſimæ viſæ ſunt per ſe ſe, & quæ proprietatem oſtendunt ferè oculis obuiam, in illis, in quam, non fui nimius, nec ſingula nimis minutè rem perſecutus. vbi vero Euclidis demonſtratio obſcurior eſt, & proprietas recondita magis verbo non peperci, & ea ratione, quæ mihi facillima viſa eſt, rem explicare laboraui. ſex ſolum primos poſui libros, quia hi maximè neceſſarij viſi ſunt, & hi ferè explicantur in ſcholis, ac Geometriæ ſtudioſis proponuntur, quibus præcipuè deſeruire volui; ſi tibi proderunt Lector gaudebo. Vale

BIBLIOTECA NAZ. ROMA


Curua
Superficies recta
Linea recta
Curua
Mixtus
Recti lineus
Obtusus
Rectus
Semicir culus
Diameter
Circulus
Triangul
Scalenū
Iso sceles
Equi latorum
Rectangulum
Ambly gonium
Oxy gonium
Rhombides
Rhombus
Quadra tum
Com
Circa
plimenta
Parallela logramma
Linea parall

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER PRIMVS.

DEFINITIONES.

1\. PVnctum eſt cuius nulla pars eſt.

2\. Linea vero lõgitudo lattitudinis expers.

3\. Lineæ autem termini ſunt puncta.

4\. Recta linea eſt, quæ ex æquo ſua interiacet pũcta: *qua videlicet eſt talis, vt procedendo ab vno pũcto extremo. ad alterum punctum non, diſcedamus neq; ad hãc, neq; ad illã partem, ſed ex æquo procedamus. neq; eſt plus linea ex vna parte, quam ex altera.*

5\. Superficies eſt. quæ longitudinem, latitudinemque tantum habet.

6\. Superficiei autem extreme ſunt lineæ.

7\. Plana ſuperficies eſt, quæ ex æquo ſuas interiacet lineas. *quod intelligitur eadem ratione, qua linea recta definitio.*

8\. Planus vero angulus eſt duarum linearum in plano ſe mutuo tangentium, & non in directũ iacentium alterius ad alteram inclinatio. *aduerte autem non hoc ita eſſe intelligendum, quaſi vero angulus ſint ille due lineæ: eſt enim ſuperficies lineis incluſa, ſeu area illa.*

9\. Cum autem quæ angulum continent, lineę rectæ fuerint rectilineus ille angulus appellatur.

10. Cum vero rectè linea ſuper rectam cõſiſtens lineã eos, qui ſunt deinceps angulos æquales inter ſe fecerit, rectus eſt vterq; æqualiũ angulorũ, & quæ inſiſti recta, linea dicitur per pẽdicularis illi lineæ cui inſiſtit, *vt eſt linea A B. quæ ita cadit ſuper lineam C D, vt faciat duos angulos ex vtraque parte, æque accuminatos, hoc eſt enim eſſe æquales.*

11. Obtuſus angulus eſt, qui recto maior eſt, *hoc eſt minus accuminatus.*

12. Acutus vero, qui minor eſt recto *magis acuminatus.*

13. Terminus eſt, quod alicuius extremum eſt.

14. Figura eſt, quæ ſub aliquo vel aliquibus terminis cõprehẽditur: *intellige linearibus nõ punctualib.*

15. Circulus eſt figura plana ſub vna linea cõprehenſa, quæ periphereſa appellatur; ad quam ab vno puncto eorum, quæ intra figuram ſunt poſita, cadentes omnes rectę lineæ inter ſe ſunt æquales. *ex quo aduerte circulum eſſe aream linea illa incluſam non lineam includentem, vt etiam figura eſt, quæ includitur terminis.*

16. Hoc vero punctũ centrum circuli appellatur.

17. Diameter autem circuli eſt recta quædam linea per centrum ducta, & ex vtraque parte in circuli periphereãm terminata, quæ circulum bifaream ſecat. *Hoc eſt in duas partes æquales, hoc enim eſt bifariam ſecare.*

18. Semicirculus verò eſt figura, quæ continetur ſub diametro, & ſub ea linea, quæ de circuli pe-

rife-

riferia aufertur *à diametro.*

19. Rectilineæ figure ſunt, quæ ſub rectis lineis continentur. *hoc eſt terminantur rectis lineis.*

20. Trilatere quidem, quæ ſub tribus.

21. Quadrilatere, quæ ſub quatuor.

22 Multilatere autem, quæ ſub pluribus, quam quatuor rectis lineis comprehenduntur.

23. Trilaterarum autem figurarum, æquilaterum eſt triangulum. quod tria latera habet æqualia.

24. Iſoteles autem, quod duo tantum æqualia habet latera.

25. Scalenum vero eſt, quod tria inæqualia habet latera, *& ſic diuiduntur triangula ratione laterum: ratione vera angulorum iterum:*

26. Trilaterarum figurarum, rectangulum quidē triangulū eſt, quod vnū habet angulum rectum.

27. Amblygonium, quod obtuſum angulum habet: *ſeu vnum maiorem recto.*

28. Oxygonium quod tres habet acutos angulos.

29. quadrilaterarū autem figurarum, quadratum quidē eſt, quod & æquilaterū, & rectangulū eſt, *habēs angulos rectos. & latera equalia, vt eſt in figura.*

30. Altera verò parte longior figura eſt, quæ rectāgula quidē at æquilatera non eſt, *vt in figura.*

31. Rhombus autem, quæ æquilatera, ſed rectangula non eſt.

32 Rhomboides verò, quæ aduerſa, & latera, & angulos habens inter ſe æquales, neque æquilatera eſt, neque rectangula.

33. Præter has autem reliquæ quadrilateræ figuræ trapetia appellentur.

34. Parallele rectæ lineæ ſunt, quæ cum in eodem ſint plano, & ex vtraque in infinitum producã-tur parte in neutram, ſibi mutuo incidunt, *quod intellige de lineis rectis*.

35. Parallelogrammum eſt figura quadrilatera, cuius bina oppoſita latera ſunt parallela, ſeu æquidiſtantia.

36. Cum verò in Parallelogrammo diameter ducta fuerit duæq; lineæ lateribus parallele ſecantes diametrum in vno eodemq; puncto, ita vt, parallelogrammum ab is parallelis in quatuor diſtribuatur parallelogramma appellantur duo illa per quæ diameter non tranſit complementa duo vero reliqua per quæ diameter incidit circa diametrum conſiſtere dicuntur.

Petitione ſiue poſtulata.

1. POſtuletur, vt à quouis puncto in quis pũctum rectam lineam ducere concedatur.

2. Et rectam lineam terminatam in continuum, ſeu in directum vlterius producere.

3. Item quo vis centro, & interuallo circulum deſcribere.

4. Item quacumque magnitudine data finita ſumi poſſe aliam magnitudinem, vel maiorem, vel minorem.

Com-

Communes notiones, ſiue Axiomata.

1. QVæ eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia, & quod vno æqualium maius eſt, aut minus, maius quoq; eſt, aut minus altero æqualium; & ſi vnum æqualium maius eſt, aut minus magnitudine quapiã; alterum quoque æqualiũ eadẽ magnitudine maius, eſt aut minus *reſpectiuè.*
2. Si æqualibus æqualia adiecta ſint, tota ſunt æqualia.
3. Si ab æqualibus æqualia ablata ſint, quæ relinquuntur ſunt æqualia.
4. Si inequalibus æqualia adiecta ſint, tota ſunt inæqualia; & ſi inæqualibus inæqualia adiecta ſint maiori maius, & minori minus, remanent inæqualia.
5. Si ab inæqualibus æqualia ablata ſint, reliqua ſunt inæqualia; etſi ab inæqualibus inæqualia ablata ſint à maiori minus, à minori maius, reliqua ſunt inæqualia.
6. Quæ eiuſdẽ duplicia ſunt, inter ſe ſunt æqualia, & quod vni æqualium duplum eſt, duplum eſt & alterius.
7. Quæ eiuſdem ſunt dimidia, inter ſe ſunt equalia; & contra
8. Quæ ſibi mutuo congruũt inter ſe ſunt æqualia.
9. Totum eſt maius ſua parte.
10. Duæ lineæ rectæ non habent commune ſegmentum: *vt ſecundum vnam partem quantam*

ſe

ſe tangant,ſecundum aliam non ſe tangant.

11. Duæ rectæ in vno puncto concurrentes,ſi producantur ambæ neceſſario in illo puncto ſe mutuo ſeccabunt.

12. Omnes anguli recti ſunt inter ſe æquales.

13 Si in duas rectas lineas altera recta incidens internos, & ad eaſdem partes angulos duobus rectis minores faciat,duæ illæ rectæ lineæ in infinitum productę ſibi mutuo incident ad eas partes,vbi ſunt anguli duobus rectis minores. *ſi. n. ſint æquales duobus rectis probabitur infra, quod non coĩcidẽt,ſi ſint maiores duob. rectis cõſtabit ex dicẽdis, quod ab inuicẽ diſcedẽt.ergo ſi ſint minores coincidẽt.*

14. Duæ rectę lineæ ſpatium non comprehendunt; *manendo in ſua retitudine, nec claudunt aream, aut figuram formant.*

15. Si æqualibus inæqualia adijciantur, erit totorum exceſſus adiunctorum exceſſui æqualis.

16 Si inæqualib.æqualia adiũgãtur,erit totorũ exceſſus exceſſui eorũ,quę à principia erãt ęqualis.

17. Si ab æqualibus inæqualia demantur, erit reſiduorum exceſſus exceſſui ablatorum æqualis.

18. Si ab inæqualibus æqualia demantur,erit reſiduorum exceſſus exceſſui totorum æqualis.

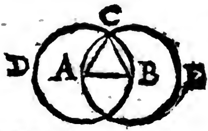
19. Omne totum æquale eſt omnibus ſuis partib. ſimul ſumptis.

20. Si totum totius eſt duplum, & ablatum ablati, & reliquum reliqui erit duplum.

PRO-

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

Super data recta linea terminata triangulum æqui laterum conſtituere.



SIt data recta linea terminata A B, ſuper quã conſtruere iubemur triangulum æquilaterum. facto centro in A, ad interuallum A B; deſcribatur circulus C B D; & facto centro in B, ad interuallum pariter B A, deſcribatur alter circulus C A E, ſecans priorem in C. Tum ex puncto interſectionis C. ducatur vna linea ad A. altera ad B. dico factum eſſe triangulum æquilaterum ſuper datam rectam lineam finitam A B. quoniam enim A B, & A C, ſunt duę rectæ lineæ a centro A. ad circumferentiam erunt *b* inter ſe ęquales. rurſus quia rectæ B C, B A ducuntur ex centro B. ad circumferentiam eandem erunt æquales inter ſe: cum igitur tam B C, quam A C. ſint æquales ipſi A. B. erunt *c*. & inter ſe æquales factum igitur eſt, quod erat faciendum.

a 3. pet. d 1. pet

PROBLEMA 2. PROPOSITIO 2.

Ad datum punctum datæ rectæ lineæ æqualem rectam lineam ponere.



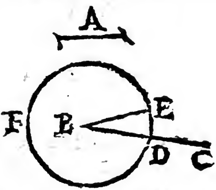
SIt data linea, BC; & ſit datum punctum A. a quo puncto incipere debeat alia linea æqualis ipſi BC ſi non ſit ducta linea ducatur à pũcto A ad B. facto centro in B. interuallo C B. deſcribatur circulus C, &ſuper lineam BA, conſtructo triãgulo æquilatere *a* producatur latus A D, vſque ad circulum ſi opus ſit, tum facto centro in D, interuallo D G. deſcribatur alter circulus E G, & producatur latus D A. vſq; in G. Dico A G, eſſe lineam imperatam, quoniam enim D C, D G æquales ſunt à centro D. ad eamdem circumferentiam ablatis D A, DG æqualibus lateribus trianguli æquilateri *b* remanebit A G, C B æqualis cum quod erat faciendum.

Probl. 3. *Propoſitio* 3, *duabus datis rectis lineis inæqualibus, de maiore æqualem minori detrahere.*

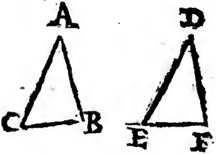
SInt datæ duæ rectæ lineæ inæquales A, minor, B C maior; vt ex maiore detrahatur linea

a 1. pr. b 1 pr.

nea æqualis minori A. Fiat linea B E, ex puncto B æqualis *a* ipſi A, tum facto centro in B interuallo B E, deſcribatur circulus ſecans lineam C B in D, dico D B eſſe lineam imperatam, quoniam enim linea A, & linea BE ſunt æquales eidem B D erunt *b* æquales inter ſe linea A, & linea B D, quod erat faciendum.



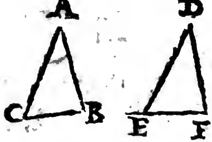
Theorema 1. Propoſitio 4. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, vtrunque vtrique habeant vero. & angulum angulo æqualem ſub æqualibus rectis lineis contentum, & baſim baſi æqualem habebunt, eritque totum triangulum triangulo æquale, & anguli correſpondentes æquales.



Sint duo triangula A B C, D EF, & latus B A vnius ſit æquale lateri E D alterius, & C A, ipſi D F: ſit autem angulus B A C. angulo E D F æqualis, dicó & baſim B C baſi E F equa-

a 2 pri. b 1. 1.

qualem, & totum triangulum B A C triangulo D E F. æquale. quoniam enim recta A B rectæ D E ponitur æqualis, fit vt ſi altera ſuperponi intelligatur alteri, collocato puncto A in D, ipſe *a* ſibi mutuo congruant punctumq; B. Cadet in puncto E, & ſi recta A C cadet ſuper rectam D F, cum habeat extremum A in D; C cadet in F & quia angulus B A C, ſupponitur angulo E D F, æqualis congruet cum altero angulo, & ita ſuperpoſitis duobus his triangulis A cadet in D; B in E; C in F, ergo, & baſis B C congruet cum baſi E F: ſi enim caderet ſupra, aut infra, duæ, rectæ lineæ ſuperficiem clauderen *b*, quod eſt abſurdum; & baſi igitur, & omnes *c* anguli correſpondentes, qui æqualibus continentur lateribus ſunt inter ſe æquales, & congruunt, quod erat demonſtrandũ.

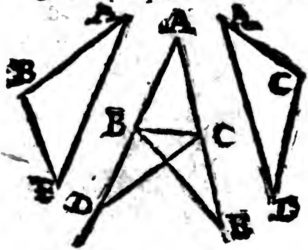


Theor. 2. Propoſ. 5. Iſoſcelium triangulorum, qui ad baſum ſunt anguli inter ſe ſunt æquales, & productis æqualibus lateribus; qui ſub baſi fiunt anguli inter ſe æquales erunt.

Sit triangulum Iſoſceles A B C in quo latera A B, A C ſint æqualia inter ſe. dico angulos A B C; A C B inter ſe æquales eſſe item ſi latera A B, A C producantur angu-

b 14. pr. x. c 8. pri.

angulos quoque infra baſim D B C; E C B inter



ſe æquales eſſe ex linea enim A B producta ſumatur A D cui abſcindatur ex altera producta infinite, id eſt, vt non poſſit deeſſe, linea A F æqualis ipſi A *D*, & ducantur rectæ B E, C D. Conſiderentur iam duo triangula A B E, A C D, quæ habent conditiones quartæ; latus enim A B eſt æquale lateri A C, quia ſunt latera triãguli Iſolcelis, & latus A E eſt æquale lateri A D ex conſtructione, & angulus B A E eſt æqualis angulo C A D eſt enim angulus communis vtriq; triangulo, ergo *b* & baſis C D eſt æqualis baſi B E, & angulus A E B eſt ęqualis angulo A D C, & angulus A B E eſt æqualis angulo A C D. conſiderētur iã duo triãgula BCD, & CBE, quæ pariter habent cōditiones quartæ; latus enim D C mōſtratum eſt ęquale lateri B E, & cum A D, A E ſint æqualia ex cōſtructione, ſi auferantur B A, C A auferūtur partes æquales remanebũt igitur B D, C E latera æqualia. & angulus BDC monſtratus eſt æqualis angulo CEB: ergo *c* angulus DBC infra baſim in

trian-

Digitized by Google

triãgulo Iſoſcele eſtęqualis ãgulo BC E pariter iſra baſim, & angulus B C D eſt æqualis angulo C BE. Et quoniã totus angulus ACD monſtratus eſt æqualis angulo ABE ſi auferantur partes æquales, nimirũ C BE ab angulo AB E, & ãgulus B C D ab angulo A C D, remanebunt anguli ad baſim ABC, ACB æquales, quod erat demonſtrandum.

Theor. 3. Propoſ. 6. Si trianguli duo anguli æquales inter ſe fuerint, & ſub æqualibus anguli ſubtenſa latera æqualia inter ſe erunt.

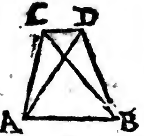


IN triangulo A B C ſint duo anguli A B C. A C B ſuper latus B C æquales. dico & duo latera illis oppoſita A B, A C eſſe æqualia. Si enim non dicuntur æqualia, ſit A B maius quam A C. ex quo abſcindatur *a* D B æqualis rectæ A C, ducaturq: recta C D, & conſiderentur duo triangula A C B, D B C; quæ, ex illa ſuppoſitione eſſent æqualia, haberent.n.proprietates quartæ; nam D B dicitur æqualis ipſi A C; B C eſt communis; angulus D B C ſupponitur æqualis angulo A C B: ergo *b* triangulum D B C erit æquale triangulo A B C pars toto, quod eſt impoſſibile; ergo illa latera erant æqualia, quod erat demonſtrandum.

Theor.

a 3. primi. *b* 4. prim.

Theor. 4. Propoſ. 7. Super eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ æquales vtraque vtriq; non conſtituentur ad aliud, atque aliud punctum ad eaſdem partes.

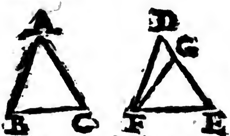


SVper recta A B ſint ductæ duæ rectæ lineæ A C, C B, quæ concurrant in puncto C; dico ſuper eamdem rectam A B non poſſe duci alias duas lineas equales prioribus vtraque vtrique, quæ concurrant ad aliud punctum quam ad punctum C, ſi ducantur ad eaſdem partes; ſi enim poſſunt duci, ducantur; & cadant in puncto D. linea igitur A C ſupponitur æqualis lineæ A D, & B C ipſi B D: ergo triangulum A D C eſt Iſoſceles, ergo a anguli A C D: A D C ſunt æquales ſimiliter triangulum B D C eſt Iſoſceles, ergo anguli B D C, B C D ad baſim ſunt æquales, ſed angulus A D C eſt minor angulo B D C pars toto; ergo etiam eſt minor angulo B C D, qui ponitur æqualis angulo C D B ſed Angulus A D C ponitur æqualis angulo A C D, & iam oſtenditur minor angulo D B C, qui eſt illius pars: ergo eſt æqualis toto, & minor parte, ergo pars eſt maior, quam totum non igitur concurrent ad punctum D, quod erat demonſtrandum.

a 5. primi.

Digitized by Google

Theor. 5. Propſ. 8. Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus vtrumque vtriq; æqualia, habuerint vero, & baſim baſi æqualem; angulum quoque ſub æqualibus rectis lineis contentum angulo æqualem habebunt.



Sint duo latera A B, AC trianguli ABC duob. laterib. DF, D E trianguli DE F æqualia, vtrũque, vtriq; vnum vni, alterum alteri, ſit autem Baſis B C Baſi E F æqualis, dico angulum A æqualẽ eſſe angulo D, intelligatur enim baſis BC ſuperponi Baſi F E, cum ſint æquales *a* cõgruent, punctum B, puncto E, & C. puncto F cogitetur triangulum A B C cadere ſuper triangulum D E F, non cadet punctum A, niſi ſuper punctum D, alioquin duæ rectæ lineæ ductæ ad eaſdem partes æquales priorib. concurrent ad aliud punctum, quod *b* eſt impoſſibile, cum igitur anguli cõgruãt, æquales inter ſe erũt, quod erat demonſtrãdum.

Problema 4. Propoſ. 9. Datum angulum rectilinium Bifariam ſecare.

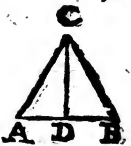
Sit datus angulus B A C diuidendus in duas partes æquales. ſumantur *a* A B, A C æqua-

a 8. axiom. b 7. primi.

æquales lineæ, & ducatur recta B. C ſuper quam conſtituatur *b* triangulum æquilaterum D B C. & ab angulo D ad A ducatur DA dico hanc lineam ſecare angulum B A C in duas partes æquales. quoniam enim triangulum B D A. habet duo latera duobus lateribus æqualia triangulo D C A. vtrunq; vtrique, & baſim baſi æqualem latus enim B D eſt æquale lateri DC trianguli æquilateri B A eſt ęquale CA. linea DA eſt baſis communis; ego *c* angulus D A B eſt æqualis angulo D A C, quod erat faciendum.



Problema 5. Propoſ. 10. *Datam rectam lineam finitam bifariam ſecare*.

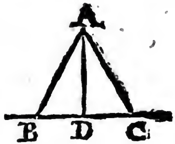


SIt data recta linea AB bifariã diuidenda. Conſtitue ſuper eam *a* triangulum æquilaterum A C B, deinde diuide angulum ACB bifariam *b* per D C dico lineam A B eſſe diuiſam bifariã in D. triangula enim A D C; DBC habent conditiones quartæ; latus enim A C eſt æquale lateri B C; D C eſt commune; angulus A C D factus eſt æqualis angulo D C B ergo *c* linea A D eſt æqualis lineæ D B, quid erat faciendum

b 8 primi. c 8 primi. a 1 primi. b 9 primi. c 4 primi

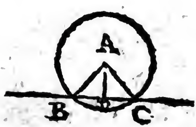
Digitized by Google

Problema 6. Propoſ. 11, Data recta linea à puncto in ea dato rectam lineam ad angulos rectos excitare.



SIt data recta B C, in ea punctum *D*, à quo excitanda ſit D A perpendicularis ipſi B C, ſumantur duæ æquales vtrinque C D, D B. & ſuper totam BC conſtitue triangulum æquilaterum B A C, tum ab angulo A ad D duc A D hanc dico eſſe perpendicularem duo enim triangula D A C, D A B habent conditiones octauæ B A eſt æquale lateri A C, B D eſt æquale ipſi D C, D A eſt commune ergo *a* anguli ſunt æquales; ergo angulus B D A eſt æqualis angulo C D A. ergo linea D A eſt *b* perpendicularis, quod erat faciendū.

Problema 7. Propoſ. 12. Super datam rectam lineam finitam, à dato puncto, quod in ea non eſt, perpendicularem rectam deducere.

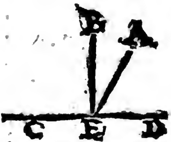


SIt data recta B C, & datum punctum A, ex quo ſuper B C demittenda ſit perpendicularis. facto centro in A, deſcribatur circulus

a 8. primi. b 10. defin.

Iuſtantæ magnitudinis,vt abſcindatur pars aliqua data lineæ B C. puta B C. diuidatur autem linea bifariam in F,& à puncto A ducatur linea ad F. hãc dico eſſe perpẽdicularem quoniam enim duo triãgula B A F,F A C habent conditiones octauæ latus enim A C, eſt æquale lateri B A à centro ad circumferentiam ambo B F eſt æquale F Cex conſtructione F A eſt commune. ergo angulus C F A eſt æqualis angulo. B F A; ergo eſt perpendicularis, *a* quod erat faciendum.

Theorema 6. Propoſ. 13. Cùm recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales faciet.



SIt recta linea A E, quæ conſiſtat ſuper CD.dico vel efficere duos angulos rectos, ſi ſit perpendicularis, vel æquales duobus rectis, ſi non ſit perpendicularis. educatur *a* enim B E ex E,perpendicularis ad CD. quoniam angulus rectus B E D æqualis *b* eſt duobus angulis BEA. AE D, erunt appoſito communi angulo *c* recto B E C. duo recti B E D.B E C tribus angulis DEA,AEB,BEC æquales; & quia angulus AEC eſt æqualis duobus angulis AEB, BEC; erunt appoſito communi angulo A E D, duo anguli

a 10. defi. a 11. pr. b 19 [illegible] c 2 [illegible]

C E A, AED. æquales tribus C E B, B E A, A E D ; ſed illi tres erant æquales duobus rectis, ergo etiã iſti duo ſunt æquales duobus rectis. quod erat demonſtrandum.

Theorema 7. Propoſ. 14. Si ad aliquam rectam lineam, atque ad e[ius] punctum duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ eos, qui ſunt deinceps angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum erunt inter ſe rectæ lineæ.



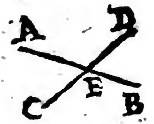
Sint ductæ duæ rectæ lineæ ad punctum B in diuerſas partes CB BD facientes cum AB, angulos æquales duodus rectis D B A. A B C dico lineam D B C eſſe vnam continuatam in directum productam. Si nen eſt producatur C.B in directum, & ſit C B E quoniam igitur ſuper rectam C B E. ex adiuerſario cadit recta A B faciet duós angulos C B A. A B E æquales a duobus rectis, ſed et anguli D B A, A B C ſupponuntur æquales duobus recti. ergo æquales b inter ſe & tamen hoc eſt totum, illud eſt pars ergo; pars eſt æqualis toti, quod eſt impoſſibile, ergo illa linea D B C eſt vna linea recta, quod erat demonſtrandum.

Theo-

a 13 primi. b 11. dron.

Digitized by Google

Theorema 8. Propoſ. 15. ſi duæ rectæ lineæ ſe mutuò ſecent angulos, qui ad verticem ſunt æquales inter ſe efficient.



SI ſint duæ rectæ A B, C D, quæ ſe mutuo ſecent in E. dico angulos ad verticem E æquales eſſe, nimirum angulum A E D angulo C E B, & angulũ D E B, angulo A E C, cum enim ſuper rectam A B cadit linea D E: anguli A E D, D E B. erunt *a* æquales duobus rectis ſimiliter cum ſuper rectam D C cadat B E erunt anguli D E B, B E C æquales duobus rectis erunt igitur *b* duo anguli A E D, D E B æquales duobus C E B, B E D. ablato igitur communi D E B, & conſequenter ab vtroque parte æquali, remanebit angulus A E D, æqualis angulo C E, B eodem modo demonſtrabitur angulus D E B angulo A E C ęqualis. quod erat faciendum.

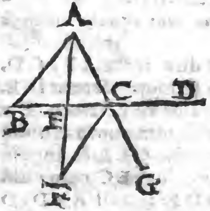
Theor. 9. Propoſ. 16. Cuiuſcumque trianguli vno latere producto externus angulus vtrolibet interno, & oppoſito maior eſt.

SIt triangulum A B C, producto latere B C ad D. dico angulum externum D C A maiorem eſſe quolibet interno A B C, vel C A B. diuidatur enim B C biſariam in E.

B 4 &

a 13. primi. b 13. primi.

& ducatur ab angulo A ad E linea A E, quæ producatur extra triangulū in directum tantum, vt E F ſit æqualis ipſi A E, & ducatur recta F C, & A C producatur vtcunque in G. quoniam igitur triangula B E A, C E F habent conditiones quartæ. latus enim A E eſt æquale ductum lateri E F, & ex diuiſione latus E C factum eſt æquale lateri E B. & angulus B E A eſt æqualis angulo *a* ad verticem C E F: ergo angulus F,C E eſt æqualis *b* angulo E B A. ſed angulus G C E eſt maior angulo F C E, totum, parti; ergo eſt ēt maior angul. E B A,& A C D q eſt ad verticē E C D,& cōſequēter eſt illi æqualis. *c* eodem modo oſtendit idem angulus A C D maior angulo B A C, diuidendo latus A C,& ducendo lineam, vt factum eſt ab angulo B. quod erat demonſtrandum.



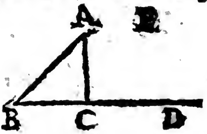
Theorema 10. *Propoſ.* 17. *Cuiuſcumque trianguli duo anguli ſimul ſumpti ſunt minores duobus rectis.*

IN triangulo A B C dico quoſcunque duos angulos ſimul ſumptos minores eſſe duobus rectis, producantur enim duo quæuis latera C B, B A: quoniam *a* angulus A C D maior eſt interno,& oppoſito

a 5 primi. *b* 4 primi. *c* 15 primi. *a* 16 primi.

Digitized by Google

to B A C; cum duo anguli A C D, A C B ſint æqua-



les *b* duobus rectis, ſi loco angulj A C D ponatur angulus C A B minor illo; erunt duo anguli A B C, C A B minores duobus rectis, quod erat demonſtrandum.

Theorema 11. *Propoſ.* 18. *Omnis trianguli maius latus maiorem angulum ſubtendit.*



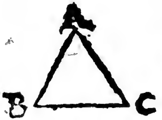
SIt in triangulo A B C latus B A C, maius latere A B. dico angulum A B C. ſubtenſum à maiore latere maiorem eſſe: nam ex A C auferatur AD. ęqualis *a* ipſi A B. & ducatur recta B D. quoniam igitur duo latera A B, A D per conſtructionem ſunt æqualia erunt anguli *b* ad baſim A B D, A D B æquales, ſed angulus A D B eſt maior angulo D C B. externus *c* interno, & oppoſito in paruo triangulo; ergo etiã A B D eſt maior angulo D C B. ergo multo magis totus angulus A B C erit maior angulo A C B. quod erat demonſtrandum, ex quo conſtat in triangulo ſcaleno angulos eſſe in æquales.

Theo-

b 14 primi. a 3. primi [illegible]

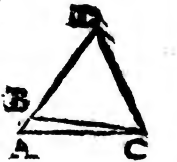
BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Theorema 12. Propoſ. 19. Omnis trianguli maior angulus à maiore latere ſubtenditur.



IN triangulo A B C angulus B. maior ſit angulo C dico latus A C ſubtendens angulum maiorem maius eſſe: ſi enim non eſt maius, vel eſt æquale, vel minus: ſi eſt æquale; ergo *a* anguli B C ad baſim erunt æquales, ſed ſupponitur B. maior. Si latus A C ſit minus latere A B. ergo *b* angulus B minor erit angulo C. contra ſuppoſitum. ſi igitur non eſt nec equale, nec minus erit maius; quod erat demonſtrandum.

Theorema 13. Propoſ. 20. Omnis trianguli qualibet duo latera ſimul ſumpta reliquo ſunt maiora.

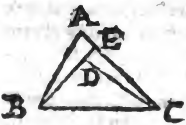


IN triangulo A B C dico quælibet duo latera B A, B C ſimul maiora eſſe reliquo A B. producatur enim. A B vſque ad D, vt recta B D ſit æqualis ipſi C B; ducaturque recta C. D. in triangulo igitur Iſoſcele D C B erunt anguli *a* ad baſim, C D B, B C D, æquales;

a 5. primi. *b* 18 prim. *a* 5 prim.

les; angulus autem A C D. maior eſt angulo B C D totum, parti; ergo & latus D A. maius b erit latere D C; ſed latus D A eſt æquale duobus lateribus B A, B C; cum B D ſit æqualis ipſi B C. ergo duo latera B A, B C ſimul maiora ſunt reliquo A C, quod erat demonſtrandum.

Theorema 14. Propoſ. 21. Si ſuper trianguli uno latere ab extremitatibus duæ rectæ lineæ ductæ fuerint, quæ interius iungantur; Hæ lineæ reliquis trianguli duobus lateribus minores erunt, maiorem verò angulum continebunt.

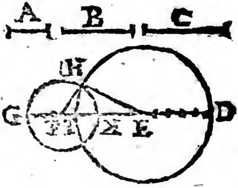


SInt in triangulo A B C in extremitatibus B, & C cõſtitutæ duæ rectæ lineæ, quę iungantur intra triangulum ad punctum D. dico B D, D C ſimul minores eſſe quam B A, A C ſimul; angulum verò B D C maiorem eſſe angulo B A C. producatur enim B D vſque in E. quoniam igitur in triangulo B A E duo latera B A, A E ſimul a maiora ſunt latere B E, erunt adito communi E C tres lineæ B A, A E, E C maiores duobus B E, E C. ſimiliter in triangulo C D E maiora ſunt duo latera C. E, E D ſimul b reliquo ſolo C D; ergo adito communi B D erunt tres lineæ C E, E D, D B maiores duobus, C D, D B; ergo multo magis C D, D B mi-

b 18 primi. a 20 primi. b 20. primi.

minores erunt quam CA,AB; quod autem angulus ſit maior patet; nam angulus DEC maior eſt angulo A, qui in triangulo BA E eſt internus c & oppoſitus, ſed angul9 BDC eſt externus angulo CEDinterno, & oppoſito, ergo eſt maior illo, ergo multo maior angulo A, cuius adhuc iſte eſt maior, quod erat demonſtrandum.

Problema 8. *Propoſ.*22. *Tribus datis rectis lineis, quarum duæ ſimul tertia ſint maiores, triangulum conſtituere.*

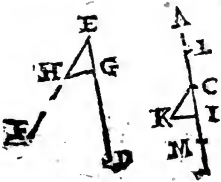


DEbent eſſe quælibet duæ lineæ ſimul reliqua maiores propter demonſtrata poſitione 20. ſint igitur datæ tres rectæ lineæ A, B, C. ducatur D G, linea in infinitum, hoc eſt, vt non poſſit ex illa deeſſe, & ſumatur GF æqualis ipſi A, F E æqualis ipſi C, & E D æqualis ipſi B. tum facto centro in F ad interuallum GF deſcribatur circulus, & facto centro in E interuallo E D deſcribatur alter circulus, qui priorem ſecabit alioquin ſola linea FE eſſet vel æqualis, vel maior quam duæ ſimul G F, E D contra ſuppoſitum. ex puncto igitur H in quo ſe ſecant circuli ducantur duæ rectæ H F, H E dico

c 16. pri.

dico triangulum eſſe conſtitutum tribus lineis, quæ datis ſunt æquales. nam H F eſt æqualis F G à centro ad circumferentiam, cui etiam eſt æqualis A. H E eſt æqualis E D, cui etiam eſt æqualis B. F E eſt æqualis ipſi C. quod erat faciendum.

Problema 9. Propoſ. 23. Ad datam rectam lineam, datumq; in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.

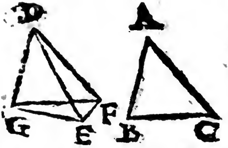


Sit data recta linea A B, & in ea datum punctum C, in quo conſtituendus ſit angulus F E D æqualis. Sumantur duæ rectę E H, E G vtrinq; & ducatur recta H G; tum ſumantur in recta A B ex puncto C tres lineæ æquales tribus H G ipſi C I, E G ipſi I M, E H ipſi C L æqualis, & ex his tribus fiat triangulum *a* I K C, & quoniam duo triangula C K I, G E H, habent conditiones octauæ, tria latera tribus lateribus æqualia erit *b* angulus G E H æqualis angulo I C K in dato puncto; quod erat faciendum.

Theo-

a 22. primi b 8. primi.

Theorema 15. Propoſ. 24. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrumque vtrique, habuerint vero angulum angulo maiorem contentum æqualibus rectis lineis, & baſim baſi maiorem habebunt.

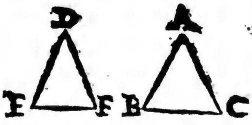


SInt duo latera A B. AC æqualia duobus lateribus D E, D G ſingula, ſingulis angulus vero A maior ſit angulo E D G. dico & baſim B C maiorem eſſe Baſi G E. conſtituatur enim angulus G D F æqualis *a* angulo A. per lineam D F, quæ fiat æqualis ipſi D E, & ducatur recta G F. quoniam igitur duo triangula B A C, F D G habent conditiones quartæ, erit baſis *b* B C baſi F G æqualis ſiue igitur dicatur linea F G cadere ſupra lineam G E ſiue non, ſemper E G apparebit minor quam F G; ſi enim congruet patenter excedet; ſi non congruit vel non congruere dicatur, ducatur linea F E quoniam enim duo latera D E, D F ęqualia dicuntur erunt anguli *c* ad baſim, E F, D F E. æquales ergo angulus G F E, qui eſt minor angulo D F E. ergo erit etiam minor angulo D E F ergo multo minor angulo totali F E G, ergo linea E G, quæ ſubtenditur angulo minori. erit minor *d* linea G F;

a 23 primi *b* 4 primi *c* 5 primi *d* 19 primi

GF, quæ ſubtenditur maiori erit minor. ergo etiam minor erit quam B C. quæ monſtata eſt æqualis ipſi GF, quod erat demonſtrandum.

Theorema 16. Propoſ. 25. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint vtrunque vtrique, baſim vero baſi maiorem, & angulum angulo maiorem habebunt.

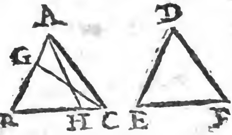


SInt duo latera A B, A C æqualia lateribus D E, D F ſingula, ſingulis, baſis vero ſit baſi maior, & angulus A erit maior angulo D. ſi enim dicatur ęqualis, erit per quartam baſis baſi æqualis; ſi dicatur minor, erit baſis B C per 24. baſi F E minor ſupponitur autem maior. ergo eſt maior quod erat demonſtrandum.

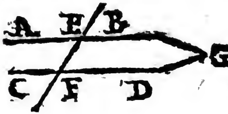
Theorema 17. Propoſ. 26. Si duo triangulo duos angulos duobus angulis æquales habuerint vtrunque vtrique, vnumque latus vni lateri æquale; quocunque latus ſit, habebunt & reliqua latera, & angulum angulo æqualem.

SInt duo anguli E F duobus angulis B A æquales, & ſit latus B C lateri E F æquale, dico reliqua latera reliquis lateribus æqua-

æqualia, & angulum angulo. Si enim B A non eſt æqualis ipſi E D, ſed dicitur maior ſumatur ex maiore B G æqualis ipſi E D, & ducatur G C. quoniam autem duo triangula G B C, D E F. habent conditiones 4. latus B C lateri E F, B G, E D æqualia & angulus B angulo E ex ſuppoſitione, erit angulus G C B angulo F æqualis; ſed etiam angulus A C B ſupponitur eidem æqualis ergo illi duo G C B, A C B erunt æquales inter ſe, & pars eſſet æqualis toti, ergo etiam latera, & angulus eſt æqualis. quod erat demonſtrandum.



Theorema 18. *Propoſitio* 27. *Si in duas rectas lineas recta incidens alternatim angulos æquales inter ſe fecerit, Parrallele erunt inter ſe rectæ lineæ.*



Sint duo anguli A E F: E F D, quos facit recta E F. incidens in lineas A B, C D inter ſe æquales, dico AB, CD parallelas: ſi enim non ſunt parallele productæ concurrent ad vnam ex partibus, & facient triangulum. verbi

verbi gratia, E F G in quo angulus externus A E F æqualis eſſet vni ex internis, & oppoſitis G F E. quod eſt *a* impoſſibile, ergo non concurrent, neque facient triangulũ, ergo ſunt parallelæ *b* quod erat oſtendendum.

Theorema 19. Propoſ. 28, Si in duas rectas lineas recta incidens externum angulum interno, & oppoſito ad eaſdem partes æqualem fecerit, aut internos ad eaſdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt illæ rectæ lineæ.

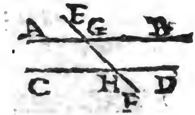


Sit angulus EGA æqualis interno, & oppoſito ad eaſdem partes GHC. dico eſſe parallelas, nam anguli EGA, B G H ad verticem *a* ſunt æquales ergo ſi ille eſt æqualis, etiam iſte erit æqualis ipſi GHC, ergo per hoc erunt parallele. *b* Deinde ſint anguli AGH, G H C æquales duobus rectis, etiam anguli A G H, B G H ſunt æquales *c* duobus rectis, ac proinde æquales *d* inter ſe, ablato igitur communi A G H relinquetur B G H æqualis ipſi GHC alternatim poſito; & ita per hoc erunt parallele. quod erat demonſtrandum.

a 16 p 1. b 4 def. 11 a 1. pr. b 27 pri. c 13 pri. d 12 pri.

Theorema 20. Propoſ. 29. In parallelas recta incidens linea, & alternatim angulos inter ſe æquales efficiet, & externum interno ad eaſdem partes, & internos ad eaſdem partes duobus rectis æquales.

IN parallelis ABCD recta incidat E F. dico angulos alternos A G H; G H D inter ſe æquales, ſi enim non ſunt æquales, ſit maior A GH; addito cõmuni B G H, erunt A G H, H G B maiores, quam B G H, GHD; ſed illi ſunt a duobus rectis æquales, ergo iſti ſunt minores duobus



rectis; coibunt ergo lineæ, quod eſt contra ſuppoſitum. Eſt etiam angulus externus E G B æqualis interno, & oppoſito ad eaſdem partes G H D: ſi enim illi A G H eſt æqualis, cum huic E G B ſit ad verticem erit etiam ipſe illi æqualis, b ſic monſtrabuntur anguli interni ad eaſdem partes duobus rectis æquales, cum duo A G H, B G H ſint æquales duobus rectis, quod erat faciendum.

Theorema 21. Propoſ. 30. Lineæ, quæ ſunt eidem parallelæ, inter ſe ſunt parallelæ.

LIneæ A B, C D, ſint parallelæ idem EF. dico inter ſe eſſe parallelas, ducatur enim G H, quæ ſecet omnes: angulus I G A erit

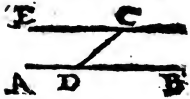
a 13. pri. b. 15. pri.

erit æqualis angulo FIC, cum ſint parallelæ, & huic



erit æqualis angulus CHI, cum etiam iſtæ ſint parallelæ ergo Angulus CHI erit æqualis angulo AGI: ergo erunt parallelæ CD AB, quod erat demonſtrandum.

Problema 10. Propoſ. 31. Dato puncto data recta linea ducere lineam alteri parallelam



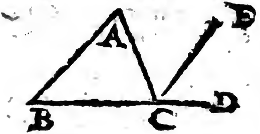
EX puncto C, ducenda ſit linea parallela AB, ducatur ex C, vtcumque ad lineam AB linea CD, & ducatur linea per punctum C, quæ cum linea CD, ducta *a* faciat angulum ECD. æqualem angulo CDB. dico hanc eſſe parallelam, cum anguli *b* alterni ſint ex conſtructione æquales, quod erat faciendum.

Theorema 22. Propoſ. 32. Cuiuſcumque trianguli vno latere producto externus angulus duobus internis, & oppoſitis equalis, eſt, & tres anguli ſimul ſumpti interni æquales ſunt duobus rectis.

IN triangulo ABC producatur latus BC in D, dico angulum ACD æqualem eſſe duobus in-

a 23 prim. b 27. prim.

ternis, & oppoſitis, A & B ducatur enim ex C linea C E, quæ ſit parallela a ipſi AB; quoniam igitur linea A C incidit in parallellas A B, E C erũt anguli alterni A, & B C E æquales, b & quia recta B D pariter incidit in eaſdẽ parallelas A B, C E faciet angulum externum D C E æqualem interno ad eaſdem partes B. ergo totus angulus A C D eſt æqualis duobus internis A, & B; cum autem duo anguli A C B, & A C D ſint æquales c duobus rectis; erunt etiam angulus A C B, cum angulis A, & B, æquales duobus rectis; cum iſti æquiualeant externo, quod erat demonſtrandum.



Theorema 23. Propoſ. 33. Rectæ lineæ, quæ æquales, & parallelas lineas ad eaſdem partes coniungunt, & ipſe æquales, & parallelæ ſunt.



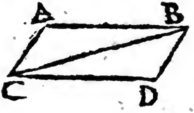
Sint duæ rectæ lineæ AC, B D æquales, & parallelæ, quæ coniungantur duabus lineis A B, C D dico iſtas etiam eſſe æquales, & parallelas, ducatur enim linea A D, quæ, cum incidat in parallelas A C, D B faciet angulos alter.

a 31. primi. b 29 primi. c 13. primi. a 29. primi.

Digitized by Google

alternos C A D, A D B æquales : duo igitur triangula C A D,ADB habent conditiones quartæ,cum latus A C ſit æquale lateri B D & latus A D ſit cõmune, & anguli cõprehenſi æqualibus lateribus ſint æquales. iam baſis C D erit æqualis baſi A B, & angulus B A D erit æqualis angulo A D C. cum igitur iſti anguli alterni ſint æquales, ergo linea A B erit parallela C D, quod erat demonſtrandum.

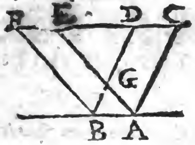
Theorema 24. Propoſ. 34 Parallelogrammorum ſpatiorum æqualia ſunt inter ſe, quæ ex aduerſo, & latera, & anguli, atque illa bifariam ſecat diameter.



IN Parallelogrammo A B C D dico latera oppoſita eſſe æqualia, & angulos oppoſitos æquales, & diuidi bifariam ducta diametro. hæc tria ſimul probantur ducta, vt libet diametro B C. triangula enim ACB, DCB,que reſultant habent conditiones 26. latus enim B C eſt commune; angulus B C A eſt æqualis angulo alterno C B D, cum incidat in parallelas linea B C; angulus B C D eſt æqualis angulo C B A, ergo triangula illa ſunt inter ſe æqualia, & quod ad latera, & quod ad angulos : ergo latera oppoſita in parallelogramma ſunt æqualia, & anguli oppoſiti A, & D,

ſic probentur etiam A,& C. quod erat demonſtrandum.

Theorema 25. Propoſitio 35. Parallelogramma ſuper eadem baſi, & in iisdem parallelis conſtituta inter ſe ſunt æqualia.

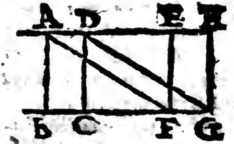


SInt intra duas parallelas A B C F conſtituta duo parallelogrammata A B C D, & F B E A ſuper eamdem baſim A B, dico eſſe inter ſe æqualia quãtumuis protrahatur latus FE conſiderentur enim duo triangula A E C BFD, quæ habent conditiones quartæ; latus enim AC eſt æquale lateri B D, cum ſit latera oppoſita in parallelogramma, & linea F E, cum ſit æqualis ipſi A B. erit etiam æqualis D C, quæ eidem A B eſt æqualis, cum ſint latera oppoſita in parallelogrammo: addita ergo communi D E erit tota C E æqualis ipſi FD: angulus AC E eſt æqualis *a* angulo B D F externus interno, & ad eaſdem partes cum linea E C incidat in parallelas B D, A C. ergo totum triangugulum *b* eſt æquale alteri dempto communi triangulo G D F, quod eſt pars vtriuſque; remanebit trapezium CA GD æquale alteri. BE G F addendo vtrique triangulum B G A erit totum parallelogrammum A C D B æquale alteri ABFE. quod erat demonſtrandum.

Theo-

a 29. primi. b 4 primi.

Theorema 26. Propoſitio 36. Parallelogrāma ſuper æqualibus baſibus: & in ijſdem parallelis conſtituta inter ſe ſunt æqualia.



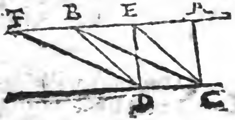
SInt duo parallelogramma ADBC,& EHGF ſuper æqualibus baſibus CB FG,& in eiſdem parallelis conſtituta. dico inter ſe eſſe æqualia ducantur enim nectentes lineæ AF, DG conſtituent parallelogramma, cum nectant parallelas,& æquales *c* AD,FG lineæ ductæ. cum igitur hoc medium parallelogramma A D F G ſit & æquale ipſi A D C B. quia eſt ſuper eamdem baſim *b* AD in ijſdem parallelis & ſit etiā æquale ipſi EHFG,quia eſt ſuper eamdem baſim F G; cum illo in ijſdē parallelis,ergo illa duo *c* erunt æqualia vni tertio,& inter ſe,quod erat demonſtrandum.

Problema 27. Propoſ. 37. Triangula ſuper eadem baſi; conſtituta, & in ijſdem parallelis inter ſe ſunt æqualia.

SInt inter parallelas A B C D ſuper baſim C D conſtituta duo triangula A C D,& C BD hoc eſt linea ducta per apices A;& B ſit parallela baſi, dico

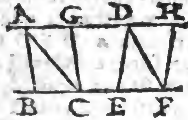
Digitized by Google

eſſe æqualia ducatur enim *a* ex D linea D E parallela ipſi A C, & DF parallela CB; erunt duo parallelogramma A C E D, & C D B F inter *b* ſe æqualia cum ſint ſuper eandem baſim



C D: ſed horum dimidia ſunt dicta triangula cum ſecentur *c* biſariam à diametro, ergo erunt inter ſe æqualia, quod erat demonſtrandum.

Theorem 28. Propoſ. 38. Triangula ſuper æqualibus baſib. cõſtituta, & in iiſdẽ parallelis inter ſe sũt æqualia.



SInt duo triangula A C B, E F D ſuper baſibus æqualibus C B, E F in ijſdem parallelis. dico eſſe inter ſe æqualia. ducatur enim C G parallela ipſi A B, & F H ipſi E D erunt parallelogramma E D F H, A B C G æqualia *a* cum igitur orum dimidia ſint triangula *b* dicta, erũt & inter ſe æqualia. quod erat demonſtrandũ.

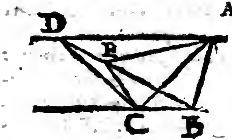
Theorema 29. Propoſ. 39. Si duo triangula ſint ſuper eãdem baſim, & conſtituta ad eaſdem partes, & ſint inter ſe æqualia, erunt in ijſdem parallelis.

SI enim ſunt inter ſe æqualia triangula A B C, & C B D ſuper eadem baſi C B & ad eaſ-

dem

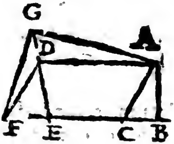
a 31. primi. b 35 primi. c 34. primi. a 36. pri. b 34 primi.

dem partes ducatur alia linea parallela ipſi B C, & ſit A E, ſi non eſt A D, iungatur E C. erunt igitur



duo triangula A B C, & C E B; æqualia *a* ſed eidem triangulo A B C eſt æquale triangulum B D C ex ſuppoſitione ergo duo triangula B C D, & B C E. erunt inter ſe æqualia totum ſcilicet. & pars ergo prima A D erat parallela baſi, & non ſecunda A E, quare ſi duo triangula & cęt. quod erat demonſtrandum.

Theorema 30. Propoſ. 40, Triangula, quæ ſunt conſtituta ad eaſdem partes ſuper æqualibus baſibus ſi ſint inter ſe æqualia erunt in ijſdem parallelis.

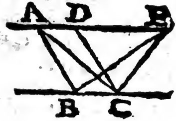


SI enim duo triangulo A B C. D E F ſint conſtituta ad eaſdem partes ſuper æqualibus baſibus B C E F, & ſint inter ſe æqualia, non tamen dicatur linea A D parallela ipſi B F ducatur alia, quæ ſit parallela huic, & ſit A G ducatur G F, cum igitur duo triangula ABC, FGE dicantur in ijſdem parallelis ſuper æqualibus baſib. erunt *a* æqualia; ſed eidem A B C eſt æquale F D E.

DE ergo b & duo triãgula F D E; F G E erunt inter ſe æqualia, pars, & totum non igitur A G, ſed AD eſt parallela ipſi BF. quod erat demonſtrandum

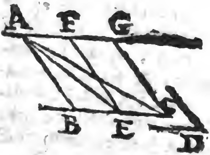
Theor. 31. Propoſitio. 41. Si parallelogramum habuerit eamdem baſim. cum triangulo, & fuerit in ijſdem parallelis parallelogramum erit duplum ipſius trianguli.

CONſtituatur inter eaſdem parallelas AEB, C ſuper eamdem baſim B C parallelogrammum A DCB, & triangulum CBE dico parallelogramum triangulo eſſe duplum ducta enim diametro A C erunt *a* triangula BCE, C AB æqualia: at parallelogrammum duplum eſt triangulo *b* ABC ergo, & duplum triangulo C E B, quod erat demonſtrandum.



Problema 11. Propoſ. 42. Dato triangulo æquale parallegrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

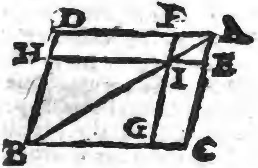
SIt datum triangulum ABC, & angulus rectilineus D, diuidatur vnum latus trianguli B C bifariã in *a* in E, & fiat *b* ãgulus BEF æqualis angulo D ducatur item per A linea AG pa-



b 4. primi. a 37. primi. b 34. primi c 19. primi

parallela *c* ipſi BC, quæ ſecet EF in F, & ducatur ex C. C G parallela ipſi EF, & ducatur recta E A eritque parallelogrammum CEGF, cum angulo G C E æquali dato angulo rectilineo de, quod autem ſit æquale triangulo patet; nam eſt duplum trianguli C E A ſuper eadem baſi in iiſdem parallelis: *d* ſed triangulum A C E eſt dimidiũ trianguli B A C; cum duo triangula E A C, B AE ſint æqualia *e* ſuper æqualibus baſibus conſtituta, erit & parallelogrammum æquale triangulo in dato angulo rectilineo, quia angulus B E F, qui eſt æqualis angulo D, eſt æqualis etiam angulo E C G interno, & oppoſito, & ad eaſdem partes, *f* quod erat faciendum.

Theor. 32. Propoſ. 43. In omni parallelogrammo, complementa, quæ ſunt circa diametrum inter ſe ſunt æqualia.

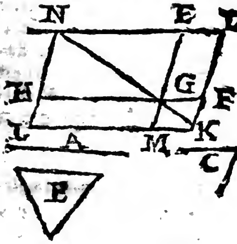


IN parallelogrammo A B C D complementa D I, & G E, dico eſſe ęqualia; com enim *a* triangula A C B, & A D B ſint æqualia, ſimiliter triangula AIE, & AIF, nec non G B I, & B I H ſi ex A B C auferantur hæc duo AIE, & BGI, & ex ABD alia, duo AI F, & BHI, aufe-

ren-

rentur partes æquales, remanebunt igitur æqualia complementa D I, & G E. quod erat demonſtrandum.

Problema 12. Propoſitio 44. Ad datam rectam lineam applicare in dato angulo retilinio parallelogrammum dato triangulo æquale.

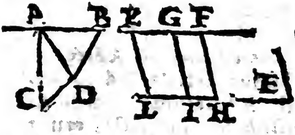


Sit data recta linea A ſupra quam ſit conſtruendum parallelogrammum æquale triangulo B, quod habeat angulum C, conſtruatur. *a* parallelogrammum G D, æquale triãgulo B, quod habeat angulum F G E æqualem angulo C, dato; producaturque G F ad H, vt G H ſit æqualis ipſi A, ducaturque H N parallela ipſi E G donec occurrat lineæ DE productæ in N. demittaturque D F donec occurrat lineę productæ p NG, in k ducatur KL parallela GH, productis N H in L. & EG in M, dico parallelogrammum M H eſſe imperatum, eſt enim ſuper latus. G H æquale ipſi A; angulus M G H eſt *b* æqualis angulo F G E, hoc eſt angulo C, & eſt æquale *c* cõplemẽto G D, hoc eſt triangulo B. quod erat faciendũ.

Pro-

a 42 primi. b 15 primi. c 43 primi.

Problema 13. Propoſitio 45. Super datam rectam lineam, dato rectilinio æquale parallelogrammum conſtituere, in dato angulo rectilineo.

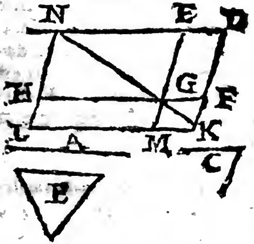


SIt datum rectilineum A B C cui conſtituendum ſit parallelogrammum æquale, cuius vnũ latus ſit data recta LK, & datus ſit angulus E. diuidatur datum rectilineum in quotlibet triangula A B D, A D C, tum coſtituatur parallelogrammum L G, cuius & vnum latus L K, & angulus L k G, ſit æqualis angulo E, & ſit parallelogrammum equale triangulo A B D, tum ſuper lineam G I, & angulo IGF, fiat parallelogrammum G H æquale triangulo A C D, dico totum parallelogrammum L F eſſe, & parallelogrammum, & requiſitum, ſunt .n. latera parallela omnia, & æqualia, quæ ſibi reſpondent dactæ rectæ lineæ, & ſingula ſingulis triangulis reſpondentia in dato angulo, ergo totum toti rectilinio æquale eſt, quod erat faciendum.

Pro-

rentur partes æquales, remanebunt igitur æqualia complementa D I, & G E. quod erat demonſtrandum.

Problema 12. *Propoſitio* 44. *Ad datam rectam lineam applicare in dato angulo retilinio parallelogrammum dato triangulo æquale.*



Sit data recta linea A ſupra quam ſit conſtruendum parallelogrammum æquale triangulo B, quod habeat angulum C, conſtruatur. *a* parallelogrammum G D, æquale triãgulo B, quod habeat angulum F G E æqualem angulo C, dato; producaturque G F ad H, vt G H ſit æqualis ipſi A, ducaturque H N parallela ipſi E G donec occurrat lineæ DE productæ in N. demittaturque D F donec occurrat lineę productæ p NG, in k ducatur KL parallela GH, productis N H in L. & EG in M, dico parallelogrammum M H eſſe imperatum, eſt enim ſuper latus G H æquale ipſi A; angulus M G H eſt *b* æqualis angulo F G E, hoc eſt angulo C, & eſt æquale *c* cõplemẽto G D, hoc eſt triangulo B. quod erat faciendũ.

Pro-

a 42 primi. b 15 primi. c 43 primi,

Digitized by Google

Problema 13. Propoſitio 45. Super datam rectam lineam, dato rectilinio æquale parallelogrammum conſtituere, in dato angulo rectilineo.

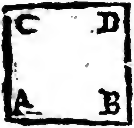


Sit datum rectilineum A B C cui conſtituendum ſit parallelogrammum æquale, cuius vnũ latus ſit data recta LK, & datus ſit angulus E. diuidatur datum rectilineum in quotlibet triangula A B D, A D C, tum coſtituatur parallelogrammum L G, cuius *a* vnum latus L K, & angulus L k G, ſit æqualis angulo E, & ſit parallelogrammum equale triangulo A B D, tum ſuper lineam G I, & angulo IGF, fiat parallelogrammum G H æquale triangulo A C D, dico totum parallelogrammum L F eſſe, & parallelogrammum, & requiſitum, ſunt .n. latera parallela omnia, & æqualia, quæ ſibi reſpondent datæ rectæ lineæ, & ſingula ſingulis triangulis reſpondentia in dato angulo, ergo totum toti rectilinio æquale eſt, quod erat faciendum.

Pro-

a 34 primi

Problema 14. *Propoſ.*46.*data recta linea quadratum deſcribere.*

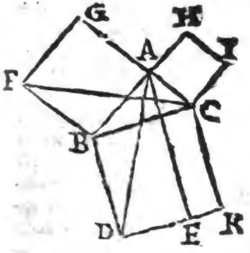


SIt data recta A B ſuper quā oporteat quadratum deſcribere ſuper A B. erigantur perpendiculares A C, B D, quæ ſumantur æquales ipſi AB, & connectantur recta D C. dico ABC D eſſe quadratum. cum enim anguli A, & B ſint recti, erunt *a* AC, BD, parallelæ, & ſunt æquales igitur *b*, & A B, D C parallelæ ſunt, & æquales; cum igitur quatuor lineæ ſint æquales, & anguli recti omnes, erit quadratum. quod erat faciendum.

Theorema 33, *Propoſ.* 47. *In triangulis rectangulis quadratum, quod à latere rectum angulum ſubtendente deſcribitur æquale eſt quadratis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus deſcribuntur.*

IN triangulo A B C, angulus B A C ſit rectus ſi deſcribatur, quadrata ſuper BC, & ſuper A B A C. dico quadratum deſcriptum à B C ſolum eſſe æquale alijs duobus deſcriptis à B A, A C. ducatur enim recta A E parallela lateribus B D, C K, quæ ſecet BC, & ex A ducatur A D. ducaturque F C, quoniam igitur duo anguli B A C, BAG ſunt re-

recti, erũt *a*G A, AC vna recta linea ſimiliter vna recta BA, A H cõſiderẽtur

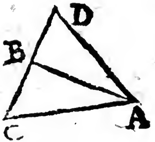


iam duo triangula FBC, ABD, quæ habent conditiones quartæ latus enim D B in triangulo ABD eſt æquale lateri B C in altero triangulo BCF, ſunt enim latera eiuſdem quadrati: & A B eſt æquale lateri B F, eadem ratione: & angulus ABD eſt æquale angulo F B C. cum enim anguli F B A, CBD ſint recti, & conſequenter æquales addito vtrique communi angulo A B, C erit angulus A B D totus æqualis angulo FBC; ergo *b* illa duo triangula ſunt æqualia; ſed triangulum FBC eſt dimidium quadrati F GAB, *c* cum ſit ſuper eamdem baſim FB in ijſdem parallelis FBG C. ergo etiam triangulum A B D erit dimidium eiuſdem quadrati, cum ſit illi æquale, ſed eſt etiam dimidium parallelogrammi B E, cum ſit ſuper eamdem baſim B D, & in ijſdem parallelis *d* ergo pallalegrammum BE eſt æquale quadrato F G AB eodem modo demonſtrabitur parallelogramum EC æquale quadrato A I H C, ergo totum quadratum lineæ BC eſt æquale duobus quadratis linearum B A, AC. quod erat demonſtrandum.

Theo-

a 14. primi. b 4 primi. c 41. primi. d 41. primi.

Theorema 34. Propoſ. 48. Si quadratum, quod ab vno latere trianguli deſcribitur, æquale ſit eis quadratis quæ à reliquis trianguli lateribus deſcribuntur, angulus comprehenſus illis lateribus erit rectus.



Sit quadratum lateris A C æquale quadratis laterũ A B, B C. dico angulum A B C eſſe rectum. ducatur namque B D perpendicularis ipſi B A æqualis rectæ B C connectaturque recta A D. quoniam igitur in triangulo A B D angulus A B D eſt rectus; erit *a* quadratum A D æquale quadratis A B; B D, ſed quadratum B D eſt æquale quadrato B C, cum ex conſtructione ſint latera æqualia D B, B C, ergo quadratum A D eſt æquale quadratis A B, B C, ſed iiſdem eſt æquale quadratum A C, ergo quadrata A D, A C ſunt æqualia; ergo & lineæ A C, A D. duo igitur triangula A B C, A B D erunt æqualia cum habeant tria latera æqualia. igitur *b* angulus A B C erit æqualis angulo A B D, & conſequenter rectus etiam ipſæ cum illo ſit rectus, quod erat demonſtrandum

E V-

a 47. primi. b 8. primi.

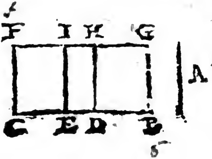
EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

DEFINITIONES.

1 Omne palallelogrammum rectangulum contineri dicitur ſub rectis duabus lineis, quæ comprehendunt vnum ex rectis angulis. *Dum enim vna ſupra aliam ad rectos angulos erecta duci intelligitur formari intelligitur rectangulum.*

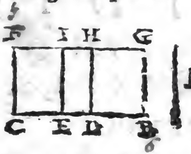
2 In omni parallelogrammo ſpatio, parallelogrammum illud, quod circa diametrum eſt ſi diameter ducatur, vna cum duobus complementis Gnomon vocatur.

Theorema 1. *Propoſ.* 1. *Si fuerint duæ rectæ lineæ ſeceturque ipſarum altera in quotcunque partes rectangulum comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis æquale eſt eis, quæ ſub non ſecta, & omnibus illis partibus comprehenduntur rectangulis,*



Sint duæ rectæ A & B C: quarum B C ſecetur in D, & F dico rectangulum cõprehenſum ſub A, & B C tota æquale eſſe

rectangulis, quæ fiunt ab eadem A, & B D. vna cũ



rectangulis, quæ fiunt ab A, & D E, A, & E C. fiat enim rectangulum B F, ex B G æquali ipſi A, & ex B C deinde ex D erigatur parallela ipſi B G linea D H, & ex B altera eidẽ parallela E I, oſtendo in toto iſto rectangulo B F eſſe incluſa tria rectangula ex A, & ex illis tribus partibus, quæ fiunt ex ſecta B C, & conſequenter eſſe æqualia: cum enim D H, ſit parallela, *a* & æqualis ipſi B G, erit B H, rectangulum ex G B, hoc eſt A, & B D ſimiliter D I erit rectangulum ex D H, hoc eſt B G, ſeu A quæ ſunt inter ſe æquales, & D E; & cũ E I ſit parallela, & æqualis ipſi D H, & conſequenter ipſi A, erit rectangulum E F ex A, & E C; ergo tria rectangula B H, D I, E F explent totum rectangulum B F, & conſequenter ſunt illi æqualia. quod erat demonſtrandum.

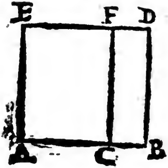
Theor. 2. Propoſ. 2. Si recta linea ſecta ſit vtcunq; rectãgula, quæ ſub tota, & quolibet ſegmentorum comprehenduntur æqualia ſunt quadrato, quod fit à tota.

RECta linea A B diuidatur vtcunque in C. dico rectangula, quæ fiunt à tota A B, & à partibus C D, & C B, eſſe æqualia quadrato, quod fit a tota A B, fiat enim quadra-

a 23 primi.

[redacted]

dratum totus A B, & ſit A D. deinde ex C erigatur C F parallela ipſi A E. oſtendo illud quadratum adæquate diuiſum eſſe in duo rectangula facta ex A B, A C, & ex A B C B, & conſequenter eſſe illis duobus æquale: linea enim C F eſt parallela, *a* & æqualis ipſi A E; hæc autem, cum ſit latus quadrati, erit æqualis ipſi A B, & conſequenter et C F erit ęqualis ipſi A B, cum autem angulus A ſit rectus, erit etiam B C F rectus, *b* erit igitur A F rectangulum ſub A E hoc eſt A B, & A C, ſimiliter C D erit rectangulum ſub C F, hoc eſt A B, & C B: cum igitur duæ iſtæ partes adæquent totum quadratum, erunt illi ęquales. quod erat demonſtrandum.



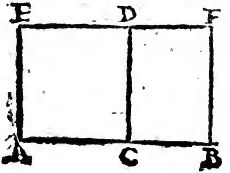
Theor. 3. Propoſ. 3. Si recta linea ſecetur vtcunque rectangulum ſub tota, & vno ſegmentorum comprehenſum æquale eſt illi rectangulo, quod fit à ſegmentis, vna cum quadrato, quod fit ab illo ſegmento prius ſumpto.

SIt recta linea A B diuiſa vtcunque in C. dico rectangulum comprehenſum ſub tota A B, & vna parte A C, vt rectangulum A F æquale eſſe rectangulo, quod fit à partibus A C, C B, vna cum quadrato

D 2 ipſius

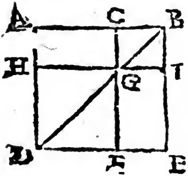
a 29. primi. b 34. primi.

ipſius A C. fiat enim prædictum rectangulum A F oſtendo in ipſo includi adequatè, & rectangulum illarum partium, & quadratum ipſius A C. ex C enim erigatur C D parallela ipſi A E: C F erit rectangulum comprehenſum ſub partibus A C. C B



& A D erit quadratum ipſius A C. A E. enim ſupponitur æqualis. ipſi A C in rectangulo A F: ergo & F B D C cum ſint latera oppoſita in parallelogrammo *a* A D. ergo A D eſt quadratum ipſius AC, & cum angulus A ſit rectus etiam angulus *b* B C D erit rectus. ergo cum C D ſit æqualis ipſi A C, erit C F rectangulum ex C D, hoc eſt A C, & C B. quod erat demonſtrandũ.

Theorema 4. Propoſ. 4 Si recta linea ſecta ſit vtcunque quadratum, quod à tota deſcribitur æquale eſt eis, quæ à ſegmentis deſcribitur quadratis, & eis quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo.



SIt recta A B diuiſa vtcunque in C fiat quadratum totius A B oſtendo iſtud quadratum diuidi adequatè in duo quadrata

a 9. 34 primi   *b* 34. primi

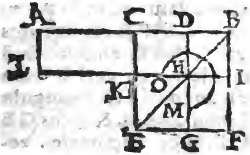
ta partium A C, C B, & in duo rectangula, quæ fiunt vtraque ex A C, C B. ducatur enim diameter D B, deinde ex C erigatur C F parallela ipſi AB, & per punctum vbi ſeccatur diameter in G ducatur I H parallela ipſi A B. cum igitur I H ſit parallela ipſi A B; ſi angulus A eſt rectus, & angulus *a* A H G erit rectus, & ſimiliter B C G, & linea C G erit æqualis *b* ipſi A H. & cum C G ſit parallela ipſi B I, quæ eſt parallela ipſi A H, erit & illi æqualis claudens C B, & G I æquales & cum triangula D A B, E D B habeant conditiones 4. latus enim D A, æquale eſt lateri E B, & A B, ipſi E D, & angulus A angulo E, erit & angulus A B D angulo D B E æqualis; ergo in triangulo paruo G C B cum ſit angulus C rectus, vt eſt angulus I in triangulo G I B, & angulus C B G angulo I B G, & latus G B cōe erit C G, G I, & *c* C B, lateri B I æquale. eodem modo oſtendetur latus H G, G F æquale cum triangula D H G, D F G ſint æqualia, & H D, D F. erit igitur H F quadratum ipſius A C, & C I quadratum ipſius C B, cum latera omnia ſint æqualia, & anguli recti. eodem modo conſtat A G eſſe rectangulum ſub A C, C G, hoc eſt C B, & G E alterum rectangulum ſub G F, quæ eſt æqualis ipſi H G, hoc eſt ipſi A C, & G I, ſeu C B, igitur intra quadratum A E ſunt adæquatè duo quadrata partium A C, C B, & duo rectangula earundem partium, quod erat demonſtrandum.

a 29 primi. *b* 34 primi. *c* 26 primi.

Digitized by Google

Conſtat ex hoc Theoremate ractangula, quæ ſunt circa diametrum in quadrato eſſe quadrata.

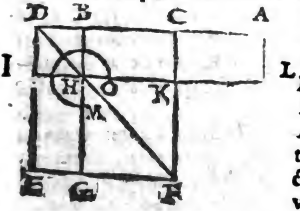
Theorema 5. Propoſ. 5. Si recta linea ſecetur in partes æquales, & non æquales, rectangulum, quod fit ab inæqualibus ſegmentis, vna cum quadrato intermediæ ſectionis æquale eſt quadrato, quod fit à dimidia.



Diuidatur recta A B bifariam in C, & non bifariam in D. dico rectangulum factum ex ſegmentis inæqualibus AD, DB, vna cum quadrato intermediæ C D, quæ eſt inter ſectiones, æquale eſſe quadrato dimidiè C B. fiat enim quadratum C F ex dimidia C B, & ducta diametro E B, ex D erigatur D G parallela ipſi BF, & per punctum ſectionis H, ducatur I L parallela ipſi A B, quæ claudatur A L parallela ipſi I B oſtendo rectangulum A K, quod remanet extra quadratum C F, æquale eſſe rectangulo D F; quo oſtenſo patebit quadratum C F, æquale eſſe rectangulo L D vna cum quadrato K G. probo autem, nam linea B F eſt æqualis ipſi B C, quia ſunt latera quadrati, & A C eſt æqualis eidem C B cum tota ſit di-

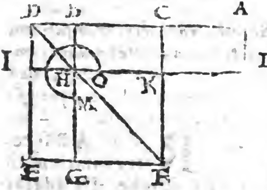
diuiſa bifariam in C: ergo A C eſt æqualis ipſi B F, D B eſt æqualis ipſi B I, cum D I ſit quadratum ex ſupradictis, *a* ergo eſt etiam æqualis ipſi A L, ergo rectangulum D F eſt æquale L C. quod erat demonſtrandum; cum ſub æqualibus lineis contineatur.

Theorema 6 Propoſ. 6. Si recta linea ſecetur bifariam, & illi adijciatur alia recta linea, rectangulum comprehenſum ſub compoſita ex tota, & adiuncta, vna cum quadrato dimidiè æquale eſt quadrato, quod fit ex linea compoſita ex dimidia, & adiecta.



Recta A B ſecetur bifariam in C illione alia adatur D B dico rectangulum factum ex tota A D, quæ componitur ex tota, & adiecta, & ex D B adiecta, vna cum quadrato ipſius C B, æquale eſſe quadrato, quod fit à C D, quæ conſtat ex dimidia, & adiecta, deſcribatur enim quadratum C E ex C D, & ducta diametro F D; erigatur parallela B G ex puncto B per punctum inter ſectionis H ducatur I L parallela ipſi D A. oſtendo rectangulum H E æquale eſſe rectangulo L C. quod vbi oſtendero habebimus intentum reliqua .n. con-

tinentur intra quadratum, vt apparet C D. vero cum ſit æqualis ipſi D E, & B D, ipſi D I; cum ſint latera quadratorum; ſi hæc auferantur à primis, remanebit E I æqualis ipſi B C, hæc autem æqualis eſt ipſi C A, cum ſit diuiſa bifariam. D I eſt æ-

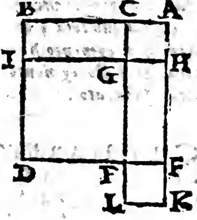


qualis ipſi A L cum ſint latera oppoſita rectanguli, huic autem eſt etiam æqualis B D, ſeu G E, quæ illi opponitur. ergo rectangulum C I, eſt æquale rectangulo H E. quod erat demõſtrãdũ nã quadratũ E H cõſtat eſſe quadratũ ipſius C B.

Theorema 7. Propoſ. 7. Si recta linea ſecetur vtcunque dico quadrata, quæ ſiunt alterum à tota, alterum ab vno ſegmentorum æqualia eſſe ſimul ſumpt a rectangulo, quod ſit à tota, & dicto ſegmento bis ſumpto, & addito quadrato alterius ſegmenti.

SEcetur recta A B, vtcunque in C. dico quadratum totius A B, vna cum quadrato ſegmenti A C æquale eſſe rectangulo facto à tota A B, & à ſegmento A C, ſi bis ſummatur, & illi addatur quadratum alterius ſegmenti C B. deſcribatur enim quadratum ex tota A B ex C erigatur parallela ipſi A E, linea C F, & ſumpta A H æquali-

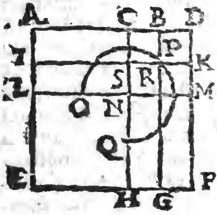
æquali ipſi A C, ducatur H I parallela ipſi A



B, & ad faciliorem demonſtrationem producta C F; vſq; ad L. vt ſit æqualis ſegmento A C: producatur etiam E ad K, & fiat quadratum F K. oſtendo quadratum B E vna cum quadrato F k, quod eſt quadratum ipſius C A, vt conſtat ex conſtructione continere duo rectangula ex B A, C A, & quadratũ I F, quod conſtat eſſe quadratum ipſius B C. patet autem hoc, cum enim C A, ſit æqualis ipſi A H ex conſtructione A I erit rectangulum ex B A, A C. ſimiliter cum A E, ſit æqualis ipſi B A, A F erit rectangulum ex A B. A C, quia autem bis ſumitur quadratum C H, ſumatur ſecunda vice quadratum F K illi æquale, & erunt completa duo rectangula igitur in quadrato B E vna cum quadrato F K ſunt illa duo rectangula vna cum quadrato ipſius B C. quod eſt quadratum D G, vt conſtat. quod erat demonſtrandum.

Theo-

Theorema 8. Propoſ. 8. Si recta linea ſecetur vtcunque: rectangulum quater comprehenſum ſub tota; & vno ſegmētorum cum eo, quod à reliquo ſegmento fit quadrato æquale eſt ei, quod à tota, & dicto ſegmento tanquam ab vna linea, deſcribitur quadrato.

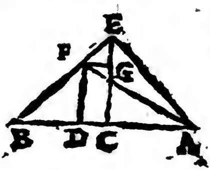


SIt recta A B diuiſa, vtcunque in C, dico, ſi ſumantur quatuor rectangula facta ex A B, C B, vna cum quadrato ipſius A C, æqualia eſſe iſta omnia, quadrato, quod fit ex tota A B, BC, tanquam ex vna linea. Addatur enim B D æqualis ipſi C B, & deſcribatur quadratum A F, tunc per punctum B, & C ducantur rectè B G, C H parallelæ ipſi D F, & ſumptis D K, & K M, quæ ſint æquales ipſi C B, ducantur aliæ parallelæ K I, M L oſtendo in toto quadrato A F eſſe quatuor rectangula dicta vna cum illo quadrato, ex quo ſequetur illa rectangula cum quadrato dictò eſſe æqualia quadrato A F. nam H L eſt quadratum ipſius C A, vt conſtat ex ſupradictis I B, & P A, ſunt duo rectangula ex A B, C B, cum K D, & M K ſint ſumpta æquales ipſi B C ſimiliter P F eſt rectangulum tertium ex A B, B C; nam

K F

K F eſt æqualis ipſi A B, cum A D, D F ſint litera quadrati, ac proinde æqualia demptis ergo B D. D K, æqualibus remanebit A B, K F æqualis, & G F ipſi D B, ſeu C B eſt æqualis quartum eſſet rectangulum P H, ſed illis deeſt quadratum R P ſumptum iam in rectangulo L P, loco igitur illius ponatur quadratum P D illi æquale cum habeat latera æqualia, ergo in toto quadrato A F continentur quatuor dicta rectangula vna cum dicto quadrato, quod erat demonſtrandum.

Theorema 9. Propoſ. 9. Si recta linea ſecetur in partes æquales, & non æquales; quadrata, quæ fiunt à partibus inæqualibus ſunt duplicia quadratorũ, quæ fiunt à dimidia, & ab interiecta inter dimidiam; & alteram ſectionem.

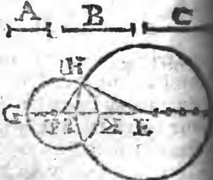


SEcetur recta A B bifariam in C, & non bifariam in D, dico quadrata rectarum A D, D B ſimul, eſſe dupla quadratorum A C, C D. educatur enim ex C ad A B perpendicularis C E, quæ ſit æqualis ipſi AC iungaturq; rectæ EA, E B deinde ex D erigatur recta perpendicularis vſq; ad F, & per F ducatur F G parallela ipſi A B, & denique ducatur recta A F.

quo-

minores erunt quam C
ſit maior patet;nam an
lo A, qui in triangulo
ſitus,ſed angul9BDC c
terno,& oppoſito , erg
maior angulo A , cui
erat demonſtrandum.

Problema 8. Propoſ.22.T
duæ ſimul tertia ſint ma

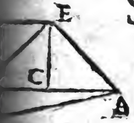


tur GF æqualis ipſi A ,
æqualis ipſi B. tum facto
lum GF deſcribatur circ
internallo E D deſcribat
rem ſecabit alioquin ſol
lis , vel maior quam d
tra ſuppoſitum . ex pun
ſecant circuli ducantur

c 16. primi.

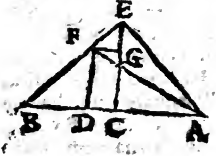
ſint æquales *f* æqualia quadrato A F, ...ter dupla quadratorũ A C, C D quod ...randum.

Propoſ. 10. Si recta linea ſecetur bifariam, ...ur quauis recta linea; quadrata, quæ ...ũ adiũcta & ab adiuncta ſola, ſunt dupli...rum, quæ fiunt à dimidia, & à compoſita & adiuncta.



SEcetur recta AB bifariam in C, & ei addatur quælibet BD, dico quadrata rectarum A D, DB duplicia eſſe quadratorum AC, CD. erigatur enim ex C perpẽdicularis C E, ...diè A C; iunganturque rectæ AE, EB, ...per D recta G F parallela ipſi C E, & ...ad angulos rectos cũ C E, & producta... ...tingat ad G; ac demũ ducatur A G. Cũ ...s A CE ſit rectus; anguli etiã A E C, ...ẽntur ſemirecti, *a* cũ latera C A, C E ...ergo & anguli ad latera æquales, *b* vt ...& anguli ad C ſint recti; eodem mo... D B G oſtendetur ſemirectus *c* cũ ſit ...cum C B E, & conſequenter D G B ...s cum angulus ad D in triangulo B... *d*, cum autem in triangulo E F G a...

quoniam igitur in triangulo A C E, A C, C E ſunt latera æqualia, *a* erunt anguli C A E, C E A æquales cum autem angulus ad C ſit rectus iſti, qui continent *b* alterum rectum, erunt ſemirecti. eodem modo demonſtrabitur angulus C E B, & CBE ſemirectus; ex quo etiam inferetur, quod anguli DFB, & GFE ſint

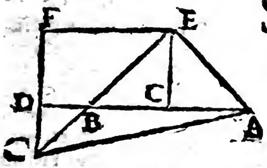


ſemirecti; cum & angulus B D F, & F G E ſint recti ex conſtructione; ergo totus etiam angulus A E F conſtans ex duobus ſemirectis, erit rectus. cũ igitur in triangulo AC E angulus C ſit rectus, quadratum A E erit æquale *c* quadratis A C, C E quæ cum ſint æqualia erit A E duplum quadrati AC eodem modo cum in triangulo E G F angulus C ſit rectus, erit quadratum F E æquale quadratis F G, GE, & conſequenter duplũ quadrati F G, cum illa latera ſint æqualia, *d* & duplum quadrati C D, cum CD ſit æqualis ipſi G F; ergo quadrata AE, EF erũt dupla quadratorum A C, CD, cum vero in triangulo A E F angulus ad E ſit rectus, *e* quadratum A F erit æquale quadratis AE, EF. & conſequenter duplum quadratum A C, C D cum autem in triangulo A F D, angulus ad D ſit rectus; erunt quadrata A D, DF, ſeu D B, cũ illa duo ſint latera æqualia, eo quod

a 5. primi. *b* 32 primi. *c* 47. pr. *d* 5 pri. *e* 47 pri. *f* 47 primi.

quod anguli ſint æquales *f* æqualia quadrato A F, & conſequenter dupla quadratorũ A C, C D quod erat demonſtrandum.

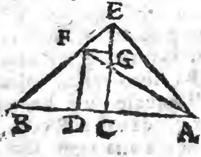
Theorema 10. Propoſ. 10. Si recta linea ſecetur bifariam, & illi addatur quæuis recta linea; quadrata, quæ fiunt à tota cũ adiũcta & ab adiuncta ſola, ſunt duplicia quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & à compoſita ex dimidia, & adiuncta.



SEcetur recta AB bifariam in C, & ei addatur quælibet BD, dico quadrata rectarum A D, DB duplicia eſſe quadratorum AC, CD. erigatur enim ex C perpẽdicularis C E, æqualis dimidiè A C; iunganturque rectæ AE, EB, ducaturque per D recta G F parallela ipſi C E, & ducatur E F ad angulos rectos cũ C E, & producatur EB, vt pertingat ad G; ac demũ ducatur A G. Cũ igitur angulus A CE ſit rectus; anguli etiã A E C, CEA, oſtendentur ſemirecti, *a* cũ latera C A, C E ſint æqualia, ergo & anguli ad latera æquales, *b* vt etiã C B, C E, & anguli ad C ſint recti; eodem modo angulus D B G oſtendetur ſemirectus *c* cũ ſit ád verticem, cum C B E, & conſequenter D G B erit ſemirectus cum angulus ad D in triangulo B D G ſit rectus *d*, cum autem in triangulo E F G an-

a 32 primi. b 5 primi. c 15 primi. d 32 primi.

quoniam igitur in triangulo A C E, AC, C E ſunt latera æqualia, *a* erunt anguli C A E, C E A æquales cum autem angulus ad C ſit rectus iſti, qui continent *b* alterum rectum, erunt ſemirecti. eodem modo demonſtrabitur angulus C E B, & CBE ſemirectus; ex quo etiam inferetur, quod anguli DFB, & GFE ſint

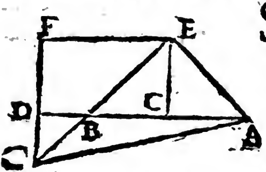


ſemirecti; cum & angulus B D F, & F G E ſint recti ex conſtructione; ergo totus etiam angulus A E F conſtans ex duobus ſemirectis, erit rectus. cũ igitur in triangulo AC E angulus C ſit rectus, quadratum A E erit æquale *c* quadratis A C, C E quæ cum ſint æqualia erit A E duplum quadrati AC eodem modo cum in triangulo E G F angulus C ſit rectus, erit quadratum F E æquale quadratis F G, GE, & conſequenter duplũ quadrati F G, cum illa latera ſint æqualia, *d* & duplum quadrati C D, cum CD ſit æqualis ipſi G F; ergo quadrata AE, EF erũt dupla quadratorum A C, CD, cum vero in triangulo A E F angulus ad E ſit rectus, *e* quadratum A F erit æquale quadratis AE, EF. & conſequenter duplum quadratum A C, C D cum autem in triangulo A F D, angulus ad D ſit rectus; erunt quadrata A D, DF, ſeu D B, cũ illa duo ſint latera æqualia, eo quod

a 5. primi. *b* 32 primi. *c* 47. pr. *d* 5 pri. *e* 47 pri. *f* 6. primi.

quod anguli ſint æquales *f* æqualia quadrato A F, & conſequenter dupla quadratorũ A C, C D quod erat demonſtrandum.

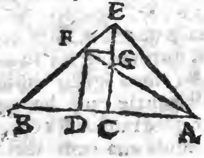
Theorema 10. Propoſ. 10. Si recta linea ſecetur bifariam, & illi addatur quæuis recta linea; quadrata, quæ fiunt à tota cũ adiũcta & ab adiuncta ſola, ſunt duplicia quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & à compoſita ex dimidia, & adiuncta.



SEcetur recta AB bifariam in C, & ei addatur quælibet BD, dico quadrata rectarum A D, DB duplicia eſſe quadratorum AC, CD. erigatur enim ex C perpẽdicularis C E, æqualis dimidiè A C; iunganturque rectæ AE, EB, ducaturque per D recta G F parallela ipſi C E, & ducatur E F ad angulos rectos cũ C E, & producatur E B, vt pertingat ad G; ac demũ ducatur A G. Cũ igitur angulus A CE ſit rectus; anguli etiã A E C, CEA, oſtendentur ſemirecti, *a* cũ latera C A, C E ſint æqualia, ergo & anguli ad latera æquales, *b* vt etiã C B, C E, & anguli ad C ſint recti; eodem modo angulus D B G oſtendetur ſemirectus *c* cũ ſit ad verticem, cum C B E, & conſequenter D G B erit ſemirectus cum angulus ad D in triangulo B D G ſit rectus *d*, cum autem in triangulo E F G an-

a 12 primi. b 5 primi. c 15 primi. d 32 primi.

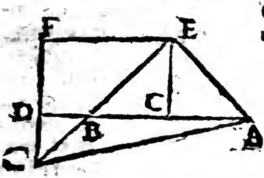
quoniam igitur in triangulo A C E, AC, C E ſunt latera æqualia, *a* erunt anguli C A E, C E A æquales cum autem angulus ad C ſit rectus iſti, qui continent *b* alterum rectum, erunt ſemirecti. eodem modo demonſtrabitur angulus C E B, & CBE ſemirectus; ex quo etiam inferetur, quod anguli DFB, & GFE ſint ſemirecti; cum & angulus B D F, & F G E ſint recti ex conſtructione; ergo totus etiam angulus A E F conſtans ex duobus ſemirectis, erit rectus. cũ igitur in triangulo AC E angulus C ſit rectus, quadratum A E erit æquale *c* quadratis A C, C E quæ cum ſint æqualia erit A E duplum quadrati AC eodem modo cum in triangulo E G F angulus C ſit rectus, erit quadratum F E æquale quadratis F G, GE, & conſequenter duplũ quadrati F G, cum illa latera ſint æqualia, *d* & duplum quadrati CD, cum CD ſit æqualis ipſi G F; ergo quadrata AE, EF erũt dupla quadratorum A C, CD, cum vero in triangulo A E F angulus ad E ſit rectus, *e* quadratum A F erit æquale quadratis AE, EF. & conſequenter duplum quadratum A C, C D cum autem in triangulo A F D, angulus ad D ſit rectus; erunt quadrata A D, DF, ſeu D B, cũ illa duo ſint latera æqualia, eo quod



a 5. primi. *b* 32 primi. *c* 47 pr. *d* 5 pri. *e* 47 pri. *f* 6 primi.

quod anguli ſint æquales *f* æqualia quadrato A F, & conſequenter dupla quadratorũ A C, C D quod erat demonſtrandum.

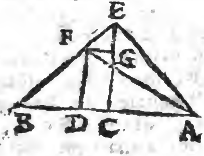
Theorema 10. *Propoſ.* 10. *Si recta linea ſecetur bifariam, & illi addatur quæuis recta linea; quadrata, quæ fiunt à tota cũ adiũcta & ab adiuncta ſola, ſunt duplicia quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & à compoſita ex dimidia, & adiuncta.*



SEcetur recta AB bifariam in C, & ei addatur quælibet BD, dico quadrata rectarum A D, DB duplicia eſſe quadratorum AC, CD. erigatur enim ex C perpẽdicularis C E, æqualis dimidiè A C; iunganturque rectæ AE, EB, ducaturque per D recta G F parallela ipſi C E, & ducatur E F ad angulos rectos cũ C E, & producatur EB, vt pertingat ad G; ac demũ ducatur A G. Cũ igitur angulus A CE ſit rectus; anguli etiã A E C, CEA, oſtendentur ſemirecti, *a* cũ latera C A, C E ſint æqualia, ergo & anguli ad latera æquales, *b* vt etiã C B, C E, & anguli ad C ſint recti; eodem modo angulus D B G oſtendetur ſemirectus *c* cũ ſit ad verticem, cum C B E, & conſequenter D G B erit ſemirectus cum angulus ad D in triangulo B D G ſit rectus *d*, cum autem in triangulo E F G an-

a 32 primi. b 5 primi, c 15. primi, d 32 primi.

quoniam igitur in triangulo A C E, AC, C E ſunt latera æqualia, *a* erunt anguli C A E, C E A æquales cum autem angulus ad C ſit rectus iſti, qui continent *b* alterum rectum, erunt ſemirecti. eodem modo demonſtrabitur angulus C E B, & CBE ſemirectus; ex quo etiam inferetur, quod anguli DFB, & GFE ſint

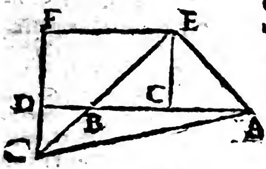


ſemirecti; cum & angulus B D F,& F G E ſint recti ex conſtructione; ergo totus etiam angulus A E F conſtans ex duobus ſemirectis, erit rectus. cũ igitur in triangulo AC E angulus C ſit rectus,quadratum A E erit æquale *c* quadratis A C, C E quæ cum ſint æqualia erit A E duplum quadrati AC eodem modo cum in triangulo E G F angulus C ſit rectus, erit quadratum F E æquale quadratis F G, GE,& conſequenter duplũ quadrati F G, cum illa latera ſint æqualia,*d* & duplum quadrati C D,cum CD ſit æqualis ipſi G F; ergo quadrata AE,EF erũt dupla quadratorum A C,CD,cum vero in triangulo A E F angulus ad E ſit rectus, *e* quadratum A F erit æquale quadratis AE,EF. & conſequenter duplum quadratum A C, C D cum autem in triangulo A F D, angulus ad D ſit rectus; erunt quadrata A D,DF, ſeu D B, cũ illa duo ſint latera æqualia,eo quod

5. primi. b 32 primi. c 47.pr. d 5 pri. e 47 pri. f 6. primi.

quod anguli ſint æquales *f* æqualia quadrato A F, & conſequenter dupla quadratorũ A C, C D quod erat demonſtrandum.

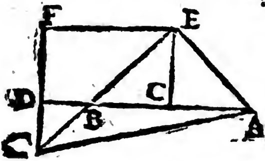
Theorema 10. *Propoſ.* 10. *Si recta linea ſecetur bifariam, & illi addatur quæuis recta linea; quadrata, quæ fiunt à tota cũ adiũcta & ab adiuncta ſola, ſunt duplicia quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & à compoſita ex dimidia, & adiuncta.*



SEcetur recta AB bifariam in C, & ei addatur quælibet BD, dico quadrata rectarum A D, DB duplicia eſſe quadratorum AC, CD. erigatur enim ex C perpẽdicularis C E, æqualis dimidiè A C; iunganturque rectæ AE, EB, ducaturque per D recta G F parallela ipſi C E, & ducatur E F ad angulos rectos cũ C E, & producatur E B, vt pertingat ad G; ac demũ ducatur A G. Cũ igitur angulus A CE ſit rectus; anguli etiã A E C, C E A, oſtendentur ſemirecti, *a* cũ latera C A, C E ſint æqualia, ergo & anguli ad latera æquales, *b* vt etiã C B, C E, & anguli ad C ſint recti; eodem modo angulus D B G oſtendetur ſemirectus *c* cũ ſit ád verticem, cum C B E, & conſequenter D G B erit ſemirectus cum angulus ad D in triangulo B D G ſit rectus *d*, cum autem in triangulo E F G an-

a [illegible] b [illegible] primi, c 15. primi, d 32. primi.

angulus F ſit rectus angulus ad G ſemirectus ad E eritſemir ectus; & conſequenter *e* latera E F, F G erunt æqualia - *f* quoniam igitur quadratum A E eſt æquale *g* quadratis A C, C E erit duplum quadrati A C; quia il-



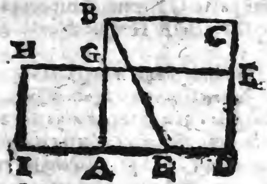
la ſunt æqualia: Cum verò C F ſit parallelogrammum, erit E F æqualis ipſi *h* C D. igitur cum in triangulo E F G, quadratum E G ſit æquale quadratis E F, F G, erit duplũ quadrati EF, ſeu quadrati C D igitur quadrata AE E G, ſunt dupla quadratorũ A C, C D, cum autem in triangulo A E G, quadratum AG ſit æquale quadratis A E, E G erit iſtud ſolum duplum quadratorũ A C, CD, & cum triangulum A D G ſit rectangulum, erunt quadrata A D, D G, ſeu D, B, quæ ſunt lineæ æquales, ęqualia quadrato A G; & conſequenter ipſa etiam dupla quadratorũ A C, C D, quod erat demonſtrandum.

Problem. I. Propoſ. XI. Datam rectam lineam ſecare, vt rectangulum comprehenſum ſub tota, & altero ſegmentorum æquale ſit quadrato, quod ſit à reliquo ſegmento.

SIt diuidenda recta A B; ita vt rectangulum comprehenſum ſub tota A B, & altero ſegmento B G æquale ſit quadrato, quod ſit

e 6 primi. f 6. primi. g 47 primi. h 34 primi.

fit ab altero ſegmento A G. deſcribatur ex A B



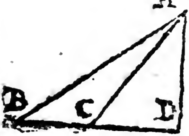
quadratum A C: diuiſoque latere A D bifariam in E, erigatur E ad B; cui ſumatur æqualis E I producta D A, vſq; in I. Sumaturque G A æqualis ipſi A I, fiatque quadratum A H ex A G. dico rectam A B ſecatã eſſe in G ita vt rectangulũ ſub A B, B G ſit æquale quadrato A G. ducatur enim G H vſq; ad F. erit rectangulũ G C comprehenſum ſub A B, B G, cum B C ſit æqualis ipſi A B, eo quod ſint latera eiuſdẽ quadrati, & AH erit quadratũ ipſius GA. probo igitur rectangulo G C eſſe æquale quadrato A H. Quoniam igitur recta A D diuiſa eſt bifariam in E, & addita alia A I erit *a* rectangulũ ſub D I, I A hoc eſt rectangulum D H, *vna* cum quadrato dimidiè E A æquale quadrato rectè E I. eſt autem quadrato rectè E B æquale quadrato E I, cum ſumptæ ſint illæ lineæ æquales: ergo rectangulum ſub D I, I A, vna cum quadrato A E eſt æquale quadrato E B; in triangulo autem rectangulo E A B quadrata *b* E A, A B æqualia ſunt quadrato E B, igitur quadrata E A, A B æqualia ſunt rectangulo D, H; vna cum quadrato E A ablato igitur communi quadrato E A, remanebit rectangulum

D H

a 6. ſec. *b* 47 primi.

D H, æquale quadrato A B: hoc eſt quadrato AC dempta communi parte G D remanebit rectan. gulum F B æquale quadrato A H quod erat demonſtrandum.

Theor. 11. Propoſ. 12. Inamblygonijs triangulis, quadratum, quod fit à latere obtuſum angulum ſubtendente maius eſt quadratis, quæ fiunt ab alijs lateribus duplici rectangulo, quod fiat ab vno latere obtuſum angulum formante, in quod, cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab abſumpta exterius linea inter perpendicularem, & obtuſum angulum.

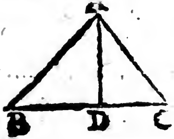


SIt triangulum A B C habens angulum A C B obtuſum. producatur latus B C, donec demiſſa perpendicularis ex A cadat ſuper ipſum in D dico quadratum lateris A B, quod opponitur angulo obtuſo C eſſe maius, quam ſint quadrata AC, C B dupli rectangulo comprehenſo ſub C B, C D. cum enim recta B D ſit vtcunque diuiſa in C; erit quadratum rectè B D æquale duobus quadratis rectarum C B, D C, & rectangulo *a* bis comprehenſo ſub C B, C D addito igitur communi quadrato A D. erunt duo quadrata rectarum B, D, D A æqualia quinque figuris; quadratis D C, C B, D A, & duobus rectangulis ex B C, C D, & quia

a. 1cc.

quia triangulum ABD eſt rectangulum, erit quadratum AB ſolum æquale *b* quadratis AD, DB. ergo erit æquale quinque dictis figuris quadratis, ſcilicet tribus DC, CB, DA, & duobus rectangulis ex CB, CD; cum autem & triangulum ACD ſit rectangulum, erit quadratum AC æquale quadratis AD, DC cum igitur dictum ſit quadratum AB æquale quinque figuris duobus rectangulis, ſcilicet ſub BC, CD, & tribus quadratis BC, CD, DA. loco horum duorum ſummatur CA; erit igitur quadratum AB æquales duobus quadratis BC, CA, & duobus rectangulis ſub BC CD ergo quadratum ipſius AB excedit illa duo quadrata ijs duobus rectangulis, quod erat demonſtrandum.

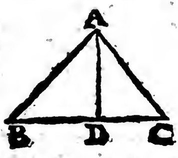
Theorema 12. Propoſitio 13. In oxygonijs triangulis quadratum a latere acutum angulum ſubtendente minus eſt quadratis, quæ ſiunt à lateribus eundem comprehendentibus, duplici rectangulo comprehenſo ab vno latere, in quod perpendicularis cadit, & ab aſſumpta interius linea inter perpendicularem, & acutum angulum.



SIt triangulum ABC habens omnes angulos acutos, & ab A demiſſa perpendicularis AD. cadat in latus BC. dico quadratum

b 47 primi.

lateris A B minus eſſe quadratis laterum AC, CB; duplici rectangulo facto ex CB, DC; hoc eſt quadratu lateris AB, vna cum illis rectangulis æquale eſſe quadratis AC, CB cum enim recta BC diuiſa ſit vtcunq; in D, erunt *a* quadrata rectarum BC, CD æqualia duplici rectangulo ſub BC, CD, & quadrato rectè BD: addito ergo communi quadrato rectè DA erunt tria quadrata BC, CD, DA æqualia quatuor figuris duobus rectangulis BC, CD, & duobus quadratis BD, DA loco autem duorum quadratorum CD, DA ſumatur vnicum quadratum CA, erunt igitur duo quadrata BC, CA æqualia quatuor figuris duobus ſcilicet rectangulis BC, CD, & BD, DA loco horum duorum quadratorum DB, DA ſumantur vnicum quadratum BA illi æquale *b* erunt igitur duo quadrata BC, CA æqualia tribus figuris quadrato ſcilicet BA, & duobus rectangulis ex BC, CD. quod erat demonſtrandū.

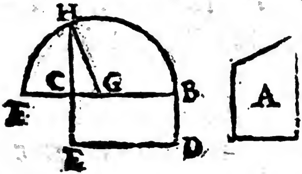


Problema 2. Propoſitio 14. Dato rectilineo æquale quadratum conſtituere.

Sit datum rectilineum A cui quadratum æquale conſtituendum eſt conſtituatur rectangulum *a*, hoc eſt parallelogrammum in.

a 2. ſecun. *b* 4. pri. m.

in angulo recto, æquale *a* dato rectilineo A, & producetur latus B C vſque in F, ita vt latus CF ſit æquale lateri CE: deinde tota FB diuidatur bifariam in G, & facto centro in G



deſcribatur ſemicirculus B H F: tũ E C producatur vſq; ad peripheriam H.. dico quadratum C H eſſe æquale rectilineo A dato.. iungatur recta G H. quoniam recta BF diuiditur bifariam in G, & non bifariam in C, erit rectangulum ſub BC. CF, hoc eſt, rectangulum B E ſeu rectilineum A, quod eſt illi æquale, vna cum quadrato rectè G C *b* æquale quadrato rectæ GF, ſeu G H, quæ ſunt æquales; ſed quadratum GH eſt æquale quadratis *c* G C, C H, igitur rectangulum B E, ſeu rect lineum A, vna cum quadrato rectæ G C eſt æquale quadratis rectarum G C, C H, ablato igitur communi quadrato G C remanebit rectangulum B E ſeu rectilineum A æquale quadrato rectæ C H, quod erat demonſtrandum.

a 45. p. 1. b 5. ſecun. c 47. p. 1.

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER TERTIVS.

DEFINITIONES.

1. Æ Quales circuli ſunt, quorum diametri ſunt æquales, vel quorum, quæ ex centris, rectæ lineæ ſunt æquales.
2. Recta linea circulum tangere dicitur, quæ cum circulum tangat, ſi producatur, circulum non ſecat.
3. Circuli ſe ſe mutuò tangere dicuntur, qui ſe ſe mutuò tangentes ſe ſe mutuò non ſecant.
4. In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur, cum perpendiculares, quæ à centro in ipſas ducuntur, ſunt æquales. Longius autem abeſſe illa dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.
5. Segmentum circuli eſt figura, quæ ſub recta linea, & circuli peripheria comprehenditur.
6. Segmenti autem angulus eſt, qui ſub recta linea, & circuli peripheria comprehenditur.
7. In ſegmento autem angulus eſt, cum in ſegmenti

menti

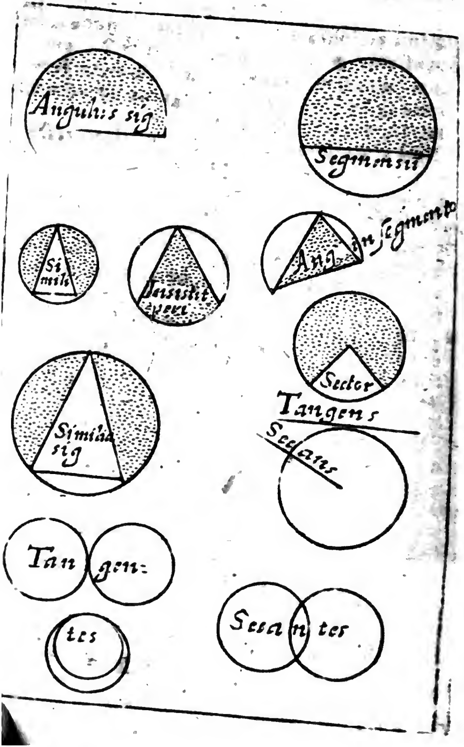
Digitized by Google

menti peripheria ſumptum fuerit quodpiam punctum, & ab illo in terminos rectæ eius lineæ, quæ ſegmenti baſis eſt. adiunctæ fuerint rectæ lineæ: Is, inquam, angulus ab adiunctis illis lineis comprehenſus.

8. Cum vero comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam aſſumunt peripheriam, illi angulus inſiſtere dicitur.

9. Sector autem circuli eſt, cum ad ipſius circuli centrum conſtitutus fuerit angulus, comprehenſa nimirum figura, & à rectis lineis angulum continentibus, & à peripheria ab illis aſſumpta.

10. Similia circuli ſegmenti ſunt, quæ angulos capiunt æquales; Aut in quibus anguli inter ſe ſunt æquales.


Si
mili
Sector
Tangens
Secans
Simila
sig
Tan
ter

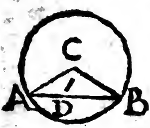
Problema 1. *Propoſitio* 1.

Dati circuli centrum reperire.



SIt circulus datus ABCD, cuius centrum oportet inuenire. Ducatur in eo linea vtcunque A C, *a* quæ bifariam diuidatur in F, & per F, ad AC, perpendicularis agatur B D, vtrinque in peripheria terminata in punctis B G. Hac igitur bifariam ſecta in F; dico F. eſſe centrum circuli propoſiti. In ipſa enim recta BD, aliud punctum, præter F non erit centrum, cum omne aliud punctum ipſam diuidat inæqualiter, quandoquidem in F, diuiſa fuit æqualiter. Si igitur F, non eſt centrum, ſit punctum E, extra rectam B D, centrum; à quo ducantur lineæ EA, EC, ED, Quoniam ergo latera A E, ED, trianguli AED, æqualia ſunt lateribus CE, ED, trianguli C E D; & baſis AD, baſi CD; (à centro enim duci dicuntur) *b* erunt anguli ADE, CDE, æquales, ideoque recti: Erat autem & angulus ADF, rectus eſt conſtructione. Igitur recti A D F, ADE, æquales ſunt, pars & totum. quod eſt abſurdum. Non eſt ergo punctum E, centrum; eademq; eſt ratio de omni alio. Quare F. centrum erit Itaque dati circuli centrum reperimus. quod erat faciendum.

Theorema 1. Propoſ. 2. Si in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerit; Recta linea, quæ ad ipſa puncta adiungitur, intra circulum cadet.

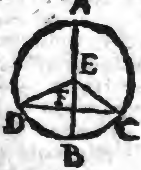


Hoc theorema demonſtrari poterit affirmatiue, hoc modo. Recta A B coniungat duo puncta A, & B, in circumferentia circuli A B, cuius centrum C. Dico rectam A B, intra circulum cadere, ita vt omnia eius puncta media intra circulum exiſtant. Aſſumatur enim quodcunque eius punctum intermedium D, & ex centro educantur rectæ CA, CB. CD Quoniam igitur duo latera C A, CB, trianguli CAB, æqualia ſunt *a* erunt anguli CAB, CBA, æquales: Eſt autem angulus CDA, *b* angulo CBD maior, externus interno. Igitur idem angulus CDA, angulo CAD, maior erit, & ob id latus CA, *c* latere CD, maius erit. Quare cum CA, ſit ducta à centro ad circumferentiam, vſque non perueniet recta CD, ad circumferentiam, ideoque punctum D, intra circulum cadet. Idem oſtendetur de quolibet alio puncto aſſumpto. Tota igitur recta A B, intra circulum cadit, Quod eſt propoſitum.

Theo-

a 5. primi *b* 16. primi *c* 19. primi

Theorema 2. Propoſ. 3. Si in circulo recta quædam linea per centrum extenſa quandam non per centrum extenſam bifariam ſecet, & ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et ſi ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et bifariam quoque eam ſecabit.



PEr centrum E, circuli B C D, recta BA, extenſa diuidat rectam DC, non per centrū extenſam, bifariam in F. Dico rectam AF, eſſe ad angulos rectos ipſi D C. Ductis enim rectis ED, E C, erunt dua latera ED, E F, trianguli E D F, duobus EF, EC, trianguli ECF, æqualia; & baſes DF, FC, æquales. *a* Igitur anguli EFD, EFC, æquales erunt, hoc eſt, recti. Quod erat primo propoſitum.

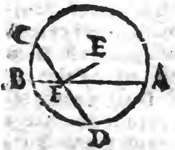
Sit iam AF, ad angulos rectos ipſi DC. Dico rectā C D, bifariam ſecari in F, à recta EB. Ductis enim iterum rectis ED, EC; cum latera ED, EC trianguli EDC, ſint æqualia, *b* erunt anguli EDC, ECD æquales. Quoniā igitur duo anguli EFD, EDF trianguli EFD, æquales ſunt duobus angulis EFC, ECF, triāguli ECF; & latera EC, E D, quæ rectis angulis æqualibus opponuntur, æqualia quoque: *c* erunt latera CF, FD, æqualia. Quod ſecundo proponebatur.

Si

a 8 prio. *b* 5. pri. *c* 26. primi

Si igitur in circulo recta quædam linea per centrum extenſa, &c. Quod demonſtrandum erat.

Theorema 3. Propoſ. 4. Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe ſe mutuo ſecent non per centrum extenſæ; ſe ſe mutuo bifariam non ſecabunt.



DVæ rectæ AB, CD, ſe mutuo in F, ſecent in circulo ACBD, non per centrum extenſæ. Dico fieri non poſſe, vt mutuo ſe ſe bifariam ſecēt Si enim vna earum per centrum tranſit, certum eſt eam bifariam non ſecari; ſolum .n. in centro, per quod altera ponitur non tranſire, bifariam diuiditur. Si vero neutra per centrum extenditur, quamuis vna earum nonnunquam bifariam ab altera diuidatur, tamen altera minime ſecabitur bifariam. Diuiſa enim ſit & AB, & CD, ſi fieri poteſt, bifariā in F. *a* Inuento igitur centro circuli E, ducatur ab eo ad F, recta FE. Quoniam ergo FE, ponitur ſecare rectam AB, bifariam in F, *b* ſecabit ipſam ad angulos rectos Eadem ratione ſecabitur CD, ad angulos rectos cū ponatur bifariam diuidi in F. Quare rectus angulus EFD, recto angulo EFA, æqualis eſt, pars toti, quod eſt abſurdum. Itaque ſi in circulo duæ re-

a 1. tert. b 3. tert.

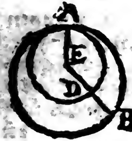
recte lineæ ſe ſe mutuo ſecent, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theorema 4. Propoſitio 5. Si duo circuli ſe ſe mutuo ſecent; non erit illorum idem centrum.



DVo circuli A BC, A D C. ſe mutuo ſecent in A, & C. Dico ipſos non habere idem centrum. Sit enim ſi fieri poteſt, idem centrum vtriuſq; E à quo duæ recte ducantur; EA quidem ad ſectionem A. EB; uero ſecans vtramque circumferentiam in D, & B. Quoniam igitur E, centrum ponitur circuli C D A. erit recta EA, rectæ E D, æqualis. Rurſus quia E, centrum quoque ponitur circuli A B C, erit & recta E B, eidem rectæ E A, æqualis, Quare rectæ E B, E D, *a* æquales inter ſe erunt, pars, & totum, quod eſt abſurdum. Si igitur duo circuli ſe ſe mutuo ſecent, &c. Quod oſtendendum erat.

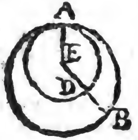
Theor. 5. Propoſ. 6. Si duo circuli ſe ſe mutuo interius tangant; eorum non erit idem centrum.



DVo circuli AB. AD, ſe interius tangant in A, Dico eos non habere idem centrum. Habeant enim, ſi fieri poteſt

a 1. pron.

eſt idem centrum E, à quo duæ rectæ ducantur; EA, quidē ad tactum A At E B ſecans vtramque circumferentiam in D, & B Quoniam igitur E, Ponitur centrum circuli AD, erit recta AE, recta E D, æqualis. Ruiſus quia E ponitur centrum circuli AB, erit recta EB, eidem recta EA, æqualis. Quare rectæ ED, & E B, ainter ſe erunt æquales, pars, & totum, quod eſt abſurdum. Si igitur duo circuli ſe ſe mutuo interius tangant, &c. Quod demonſtrandum erat.



Theorem 6. Propoſit. 7. Si in diametro circuli quodpiam ſumatur punctum, quod circuli centrum non ſit, ab eoque puncto in circulum quadam recta linea cadant: Maxima quidem erit ea, in qua centrum, minima vero reliqua; aliarum vero propinquior illi, qua per centrum ducitur, remotiore ſemper maior eſt: Duæ autem ſolum recta linea aquales ab eodem puncto in circulū cadūt, ad vtraſq; partes minima, vel maxima.

IN diametro A B, circuli AGEB, cuius centrum D, punctum aſſumatur quodcunque C. præter centrum, & ex C. cadant in circulum quotcunque lineæ GC, FC, CE. Dico omnium, quæ ex C, ad circumferentiam ducuntur, maximam eſſe CA, in qua eſt

eſt centrum, minimam vero reliquam C B, quæ diametrum perficit: Deinde rectam C G, quæ rectæ C A, per centrum ductæ propinquior eſt, maiorem recta C F, quæ ab eadem CA, plus diſtat; & eadem ratione C F, maiorem recta CE, atque ita de alijs lineis, ſi ducerentur, in infinitum. Denique ex C, ad vtras que partes minimæ lineæ C B, vel maximæ CA, duci poſſe tantummodo duas lineas inter ſe æquales. Ducantur è centro D. ad G, F & E, rectæ lineæ D G, DF, DE. Quoniam igitur duo latera G D, DC, trianguli G D C, a maiora ſunt latere G C. Sunt autem rectæ G D, DC, æquales rectis AD, DC, hoc eſt, toti rectæ CA; erit & CA, maior quam CG. eadem ratione maior erit recta C A, quam C F, & quam C E. Quare CA maxima eſt omnium, quæ ex C, in circulum cadunt.



Deinde, quoniam in triangulo ECD, latus ED, b minus eſt duobus lateribus DC, CE. Eſt autem DE, ipſi DB, æqualis, erit & DB, minor duab. rectis D C, CB. Dempta ergo cõmuni recta CD, remanebit adhuc CB, minor, quã CE. Eadẽ ratione minor erit C B, quã CF & quã G C. Quare CB, minima eſt omnium, quæ ex C, in circuli circumferentiã cadunt.

Ruſſus, quia duo latera C D, D G, triangu-

a 20. primi. b 20. primi.

guli CD G, æqualia ſunt duobus lateribus C D, D F, trianguli CDF; & angulus totus C D C, maior eſt angulo F D C; *a* erit baſis G C, maior baſe F C. Eadem ratione maior erit GC, quam C E: Item maior erit CF, quam C E: Quare linea propinquior ei, quæ per centrum ducitur, maior eſt ea, quæ remotior.



Fiat iam angulo B D E, ex altera parte æqualis angulus B D H, & ducatur recta C H. Quoniam igitur latera ED, DC, trianguli EDC, æqualia ſunt lateribus H D, D C, trianguli HDC, & anguli his lateribus contenti EDC, HDC, æquales; *b* erunt rectæ C E, CH, ex vtraque parte ipſius lineæ minimæ CB, vel maximæ C A, æquales inter ſe. Quod autem nulla alia his duabus poſſit eſſe æqualis, cōſtat. Nam ſi ex C, ducatur alia, quæ cadat ſupra punctum H, erit ea, cum ſit ei, quæ per centrum ducitur, propinquior, maior quam C H: ſi vero cadat infra H, erit ea, cum ſit remotior ab eadem CA, per centrum ducta, minor quam C H, vt oſtenſum fuit Duæ igitur duntaxat rectæ lineæ æquales ad vtraſque partes minimæ C B, vel maximæ C A, cadunt. Itaque ſi in diametro circuli quodpiam ſumatur punctum, &c. Quod erat demonſtrandum.

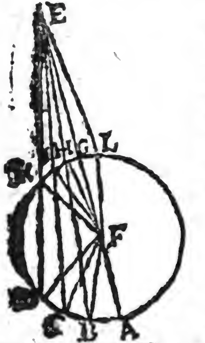
Theo-

Theorema 7. Propoſitio 8. Si extra circulum ſumatur punctum quodpiam, ab eoque puncto ad circulum deducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna quidem per centrum protendatur, reliquæ verò vt libet: In cauam peripheriam cadentium rectarum linearum maxima quidem eſt illa, quæ per centrum ducitur; aliarum autem propinquior ei, quæ per centrum tranſit, remotiore ſemper maior eſt: In conuexam vero peripheriam cadẽtium rectarum linearum minima quidẽ eſt illa, quæ inter punctum, & diametrum interponitur. aliarum autem ea, quæ propinquior eſt minima remotiore ſemper minor eſt. Duæ autem tantum rectæ lineæ æquales ab eo puncto in ipſum circulum cadunt, ad vtraſque partes, minimæ, vel maximæ.



EX puncto E extra circulum BCDA, cuius centrum F, lineæ ſecantes circulum ducantur, quarum A E, per centrũ tranſeat, aliæ vero E B, E C, E D, vtcunque. Dico omnium eſſe maximam A E, quæ per centrum ducitur, propinquior illi EB maiore recta EC, quæ remotior eſt b eadem A E. Et eadem ratione

ne EB; maiorem quam ED. E contrario autem, rectam EG, omnium, quæ extra circulum ſunt, minimam eſſe: Deinde rectam EH, quæ vicinior eſt minimæ EG, minorem eſſe recta EI, remotiore; Et eadē ratione ipſam E I, minorē quam E K. Denique ex E, ad vtraſque partes minimæ lineæ E G, vel maximæ AE, duci poſſe tantummodo duas lineas rectas inter ſe æquales. Ducantur ex cētro F, ad pūcta C, D, B G, H I, K, recta FC, FD, FB, FK, FH, F I, Quoniam igitur



duo ... ra EF, FB, trianguli EFB, a maiora ſunt recta EB: Sunt autem recta EF, FA, æquales rectis E F, FB. hoc eſt tota recta AE; erit & AE, maior, quā E B. Eadem ratione erit AE, maior, quam E C, & quam E D. quare AE, eſt omnium, quæ ex E, in circulum cadunt, maxima.

Deinde, quoniam latera E F, FB trianguli EFB æqualia ſunt lateribus E F, FC, trianguli EFC; E, angulus totus E F B, maior eſt angulo EFC; b erit baſis E B, baſi E C, maior. Eadem ratione maior erit E B, quam E D: Item EC, maior, quam E D

a 20 pri. b 24 pri.

Quare linea propinquior ei, quæ per centrum ducitur, maior eſt linea remotiore.

Rurſus, quia in triangulo EFH, recta E F, a minor eſt duabus EH, H F; & auferantur æquales FG, FH: remanebit adhuc EG, minor, quam EH. Simili ratione erit EG, minor, quam EI, & quam E K. Quare EG, omnium linearum extra circulum, quæ ex E, ducuntur, minima eſt.

Rurſus, cum intra triangulum E I F. cadant duæ rectæ EH, HF, ab extremitatibus lateris E F; b erunt EH, HF, minores, quam EI, I F. Sublatis igitur æqualibus FI, FH, remanebit adhuc EH, minor, quam E I. Pari ratione erit E H, minor, quam E K: Item E I, minor, quam E K. Quare linea propinquior minimæ lineæ E G, minor eſt, quam remotior ab eadem.

Poſtremo fiat angulo EFH, angulus E F L, æqualis, & ducatur recta E L. Quoniam igitur latera EF, FH, trianguli EFH, æqualia ſunt lateribus EF, FL, trianguli E L; Sunt autem & anguli EFH, EFL, dictis lateribus contenti æquales; c erunt rectæ EH, EL, ex vtraque parte minimæ EG, vel maximæ EA, inter ſe æquales. Quod autem nulla alia his poſſit eſſe æqualis, conſtat. Nam ſi ex E, ducatur recta cadens vltra L, erit ipſa, cum ſit remotior à minima, maior quam E L. Quod ſi cadat inter G. & L, erit ea, cum ſit minimæ propinquior, minor quam EL, vt oſtenſum eſt. Duæ igitur ſolum rectæ lineæ

F æqua-

a 20. primi b 21. primi. c 4 pri.

æquales ad vtraque partes minimæ, vel maximæ cadunt. Si igitur extra circulum ſumatur punctum quodpiam, ab eoque puncto ad circulum deducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna quidem per centrum proẽdatur, &c. Quod erat demõſtrandũ.

Theor. 8. Propoſ. 9. Si in circulo acceptum fuerit punctum aliquod, & ab eo puncto ad circulum cadant plures, quam duæ, rectæ lineæ æquales; acceptum punctum centrum eſt ipſius circuli.



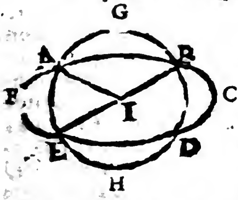
A Puncto Aſſumpto A, in circulo B C D, cadant plures rectæ, quam duæ, AB, AC, A D, inter ſe æquales. Dico A, punctum eſſe centrum circuli. Connectantur enim puncta B, C, D, rectis BC, CD; quibus diuiſis bifariã in E. & F, ducantur ex A, rectæ A E, AF. Quoniam igitur latera A E, E B, trianguli AEB, æqualia ſunt lateribus AE. E C, trianguli AEC; & baſes AB, AC, ponuntur etiam æquales; *a* erunt anguli AEB, AEC, æquales, ideoque recti. Eodem modo oſtendemus, angulos ad F, eſſe rectos. Quare cum rectæ A E. AF, diuidant rectas BC, CD, bifariam, & ad angulos rectos, tranſibit vtraque producta per centrum circuli, per corollarium propoſ. 1. huius lib. Punctum igitur A, in quo ſe mutuo ſecat, centrum erit circuli. Si enim eſſet aliud punctum centrum non

tran-

a 8 pri.

tranſiret vtraque per centrum. Si itaque in circulo acceptum fuerit punctum, &c. Quod demonſtrandum erat.

Theorema 9. Propoſ. 10. Circulus circulum in pluribus, quam duobus, punctis non ſecat.



SEcent ſe ijdem duo circuli, ſi fieri poteſt, in tribus punctis A B, & E. *a* Inuentum autem ſit I, centrum circuli A G B D H E, à quo ad dicta tria puncta ducantur rectæ I A, I B I E, quæ per defin. circuli æquales erunt inter ſe. Quoniam igitur intra circulum ABCDEF, aſſumptum eſt punctum I, à quo cadunt in circumferentiam plures, quam duæ, rectæ æquales. *b* erit I, centrum circuli ABC DEF. Erat autem idē punctum I, centrum circuli A G B D H E. Duo ergo circuli ſe mutuo ſecantes habent idem centrum. *c* Quod eſt abſurdum.

Theor. 10. Propoſ. 11. Si duo circuli ſe ſe intus contingant, atq; ic accepta fuerint eorum centra; ad eorum centra adiuncta recta linea, & producta, in contactum circulorum cadet.

Tangat circulus A B C, circulum A D E, in-

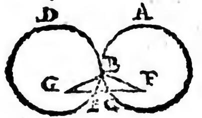
a 1. tert. b 9. tert. c 5. tert.

tus in A, & ſit E, centrum circuli ABC, & G, centrum circuli ADF, quod neceſſario ab illo diuerſum erit, cũ duo circuli interius ſe tangẽtes, *a* non poſſint idem centrum habere. Dico rectam extenſam per G & E, cadere in contactum A. Si enim non cadit, ſecet vtrumque circulum in punctis D B, C, F, & ex contactu A, ad centra E, G, rectæ ducantur A E, A G. Quoniam igitur in triangulo A E G, duo latera GE, EA, *b* maiora ſunt latere G A; Eſt autem G A, recta rectæ GD, æqualis; (quod G poſitum ſit centrum circuli ADF) erunt & GE, FA rectæ maiores recta C D. Dempta igitur communi G E, remanebit EA, maior, quam E D. Quare cum E A, æqualis ſit ipſi E B; (quod E, poſitum fuerit centrum circuli ABC) erit & EB, maior, quam E D, pars quam totum, quod eſt abſurdum.



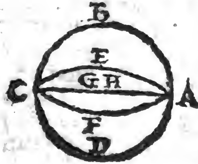
Theorema 11. *Propoſ.* 12. *Si duo circuli ſe ſe, exterius contingant, linea recta, quæ ad centra eorum adiungitur, per contactum tranſibit.*

Circuli duo A B C, D B E, tangant ſe exterius in B, & centrum circuli A B C, ſit F, circuli vero D B E, centrum ſit



ſit G, dico rectam extenſam per F & G, tranſire per contactum B. Si enim non tranſit, ſecet circumferentias in C, & E. ducanturque à centris F, G, ad B, cõtactum rectæ FB, GB. Quoniam igitur in triãgulo FBG, latera duo BF BG, *a* maiora ſunt latere FG: Eſt autem recta BF, rectæ FC, æqualis: (quod F, ponatur centrum circuli ABC,) & recta BG, rectæ GE, æqualis, (quod G, ponatur centrum circuli DBE) erunt, & rectæ FC, GE, maiores quam recta FG, pars quam totum, (cum FC, contineat præter FC, GE, rectam adhuc CE) quod eſt abſurdum. Si igitur duo circuli ſe ſe exterius contingant, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theorema 12. *Propoſ.* 13. *Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quam vno, ſiue intus, ſiue extra tangat.*



Tangant ſe ſe circuli ABCD, AECF, intus ſi fieri poteſt. in pluribus pũctis, quã vno. A & C: Aſſumãtur autem centra horum circulorum G, H, *a* quæ diuerſa erunt, per quæ recta GH, in vtramque partem extendatur quam neceſſe eſt *b* cadere in contactus A, & C. Itaque cum G ſit centrum, & recta A G H C, diameter, diuidetur AGHC, bifariam in puncto G. Si-

mili ratione diuidetur eadem A C, bifariam in H. quod eſt abſurdum. Vna enim recta in vno duntaxat puncto diuiditur bifariam. Si namque G C, eſt dimidium totius A C, erit neceſſario H C, dimidio minor, cum ſit pars dimidij G C.

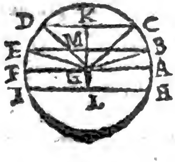
Theor. 13. Propoſ. 14. In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter diſtant à centro. Et quæ æqualiter diſtant à centro, æquales ſunt inter ſe.



Sint in circulo A B C D, cuius centrum E, duæ rectæ æquales AB, CD. Dico ipſas æqualiter diſtare à centro E. Ducantur enim ex E, centro ad rectas A B, C E, duæ perpendiculares E F, EG, & coniungantur rectę E A, FD. *a* Secabunt rectæ E F, E G, rectas AB, CD, bifariam. Quare cum totæ AB, CD, æquales ponantur, erunt & dimidiæ earum, rectæ videlicet AF, DG, æqualia. Quoniam igitur quadrata rectarum E A, E D, æqualium, inter ſe ſunt æqualia; Quadratum autem rectæ EA, *b* æquale eſt quadratis rectarum A F, F E; & quadratum rectæ E D, quadratis rectarum D G, G E: Erunt quoque quadrata rectarum A F, F E æqualia quadratis rectarum D G, G E. Ablatis ergo quadratis æqualibus æqualium rectarum AF DG, remanebũt quadrata rectarum F E, G E, æqualia, ideoque & rectæ

rectæ EF,EG. æquales erunt. Diſtant igitur per 4. defin. huius lib rectæ AB,CD, æqualiter à cētro E. Rurſus diſtent rectæ AB,CD,æqualiter à centro E. Dico eas inter ſe eſſe æquales. Ducantur enim iterum ex centro E, ad AB, CD,perpendicularis EF,EG, quæ per 4 defin huius lib æqualis erunt; c diuidentq.rectas AB,CD, bifariã Ductis igitur rectis EA, ED, erunt earum quadrata æqualia: Eſt autem quadratum rectæ EA. d æquale quadratis rectarum AF,FE; & quadratum rectæ ED, æquale quadratis rectarum DG,GE. Igitur & quadrata rectarum AF, FE, æqualia ſunt quadratis rectarum DG,GE;ideoque ablatis æqualibus quadratis æqualium rectarũ EF EG, remanebunt quadrata rectarum AF,DG. æqualia; atque adeo rectæ AF,DG, ac propterea earum duplæ AB,CD, æquales quoque erunt. Itaque in circulo æquales rectæ lineæ æqualiter diſtant à centro, &c. Quod erat demonſtrandum.

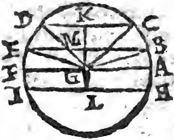
Theorema 14. Propoſ. 15. In circulo maxima quidem linea eſt diameter; aliarum autem propinquior centro, remotiore ſemper maior.



IN circulo ABCDEF cuius centrum G, diameter ſit AF; & recta ei propinquior HI, remotior autem CD. Dico omnium eſſe maxi-

c 3. ter. d 47.primi.

mam AF, & H L maiorem quam CD. Ducantur

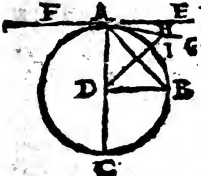


enim ex G, centro rectæ G k, G L, perpendiculares ad CD, HI. Et quia remotior eſt CD, à centro, quam HI, erit Gk, maior quam GL, per 4. defin. huius lib. Abſcindatur ex GK, recta GM, ipſi GL, æqualis, atque per M, educatur B M E, perpendicularis ad GK, & connectantur rectæ G B, GC, GD, GE. Quoniam igitur rectæ perpendiculares GM, GL, æquales ſunt, æqualiter diſtabunt rectæ BE, H I, à centro. per 4. defin. huius lib. *a* & ideo inter ſe æquales erunt. Rurſus quia rectæ GB, GE, *b* maiores quidem ſunt recta BE, æquales autem diametro AF; erit & diameter A F, maior, quam BE. Eadem ratione oſtẽdetur AF, maior omnibus alijs lineis. Deinde quia latera G B, GE, trianguli BGF, æqualia ſunt lateribus GC, GD, trianguli C G D; & angulus BGE, maior eſt angulo CGD; *c* erit recta BE, maior quam C D; atque adeo HI, quæ æqualis oſtenſa fuit ipſi B E, maior quoque erit quam CD. In circulo igitur maxima quidem linea eſt diameter, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theo-

a 14. tert. *b* 20 primi. *c* 24. primi.

Theorema 15. Propoſ. 16. Quæ ab extremitate diametri cuiuſque circuli ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadet; & in locum inter ipſam rectam lineã & peripheriã comprehenſum, altera recta linea non cadet: & ſemicirculi quidem angulus, quouis angulo acuto rectilineo maior eſt; reliquus autem minor.



IN circulo ABC, cuius centrum D, diameter ſit A C, ad quam ex A, puncto extremo perpendicularis ducatur. Dico hanc lineã perpendicularem neceſſario extra circulum cadere. Si enim cadit intra ipſum, qualis eſt A B; ducta DB, *a* erunt duo anguli D A B, DBA æquales, ſed DAB, rectus eſt, per conſtructionem: Igitur & DBA, rectus erit, quod eſt abſurdum, Duo enim anguli in triangulo *b* minores ſunt duobus rectis. Non igitur cadet perdendicularis intra circulum; neque eandem ob cauſam in ipſam circũferentiam, ſed extra, qualis eſt E F. Dico iam ex A. inter AE, rectam, & circumferentiam A B, non poſſe cadere alteram rectam. Cadat enim, ſi fieri poteſt, recta AG, ad quam ex D, ducatur perpendicularis CH, ſecans circumferentiam in I, quę neceſſario ad partes anguli acuti D A G, cadet, ex coroll. 2. pro-

a 5. primi. b 17. primi.

propoſ. 17. lib. 1. Quoniam igitur in triangulo D

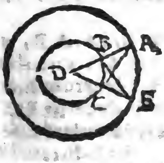


AH, *c* duo anguli DHA, DAH, minores ſunt duobus rectis; & DHA, rectus eſt, per conſtructionem, erit angulus DAH, recto minor, ideoque recta D A, hoc eſt, recta illi æqualis D I, *d* maior erit, quam D H, pars quam totum, quod eſt abſurdum. Non igitur intercipietur recta inter AE & circumferentiam AB: ſed quæcunque ex, A, ducatur infra AE, ea ſecabit circulum. Dico denique angulum ſemicirculi, cõtentum diametro AC, & circumferentia AB, maiorem eſſe omni acuto angulo rectilineo, reliquum vero angulum contingentiæ, qui continetur recta A E, & circumferentiam A B, minorem eſſe omni acuto angulo rectilineo. Quoniam enim oſtenſum eſt omnem rectam ex A, ductam infra perpendicularem A E, cadere intra circulum, faciet neceſſario ea linea, cum A C, angulum rectilineum acutum minorem angulo ſemicirculi, at vero cum A E, angulum rectilineum acutum maiorem angulo contingentiæ, cum ille ſit pars anguli ſemicirculi, hic vero totũ quidpiã reſpectu anguli contingentiæ. Id quod liquido cõſtat, ducta recta AB, quomodocunq; infra A E. Nam cum hæc linea A B, intra circulum cadat, vt demonſtratum eſt, erit angulus rectilineus

acu-

tentus C AB, minor angulo ſemicirculi contento ſub diametro A C, & circumferentia ABC, cum illi huius ſit pars: Angulus vero contingentiæ contentus ſub tangente linea AE, & circumferentia ABC, minor angulo rectilineo acuto B AE, quod ille huius pars ſit. Eademq; ratio eſt de omnibus alijs angulis acutis rectilineis, cum omnes contineantur à diametro A C, vel tangente AE, & rectis ex A, ſub AE, ductis quæ omnes intra circulum cadent, ut demonſtrauimus. Angulus igitur ſemicirculi maior eſt omni acuto angulo rectilineo, reliquus autem angulus contingentiæ, minor. Itaquæ quę ab extremitate diametri, cuiuſq; circuli ad angulos rectos ducitur, &c. Quod erat oſtendendum.

Problem. 2. Propoſitio 17. A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum tangat circulum.



Ex puncto A, ducenda ſit linea, quæ tangat circulum BC, cuius centrū D. Ducatur recta A D, ſecans circulum BC, in B. Deinde centro D, interuallo, autem DA deſcribatur circulus AE, & ex B, educatur BE, perpendicularis ad A D, ſecans circulum A E, in E, Ducta denique recta E D, ſecante circulum

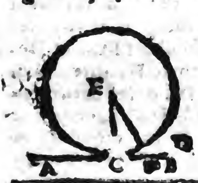
BC,

B, C in C, connectatur recta AC: quam dico tangere circulum BC, in C. Cum enĩ duo latera DE, DB, trianguli BDE, æqualia ſint duobus lateribus DA, DC, trianguli CDA, vtrumq; vtrique, vt conſtat ex circuli definitione; angulusque D, cõtentus dictis lateribus ſit communis: Erunt a & baſes BE, CA, & anguli DBE, DCA, ſuper ipſas æquales. Eſt autem DBE, rectus ex conſtructione. Igitur & DCA, rectus erit. Itaq; CA, cum ſit perpendicularis ducta ad C, extremum ſemidiametri C D, tanget circulum, per corollarium præcedentis propoſitionis. A dato ergo puncto A, ducta eſt A C recta, tangens circulum BC, in C, quod faciendum erat.



Theor. 16. Propoſ. 18. Si circulum tangat recta quæpiã linea, à centro autem ad contactum adiungatur recta quadam linea: quæ adiuncta fuerit ad ipſam contingentem perpendicularis erit

Recta linea A B, tangat in C, circulum C D, cuius centrum E, & ex E, ad C, recta ducatur EC. Dico EC perpẽdicularẽ eſſe ad AB, Si n. nõ eſt ducatur EF perpendicularis ad AB, ſecl cir-



a 4. Primi.

circumferentiam in D. Quoniam igitur in triangulo C E F, *a* duo anguli ECF, EFC, minores ſunt duobus rectis; Et eſt EFC, rectus ex conſtructione: erit E CF, minor. Quare *b* maior erit recta E C. hoc eſt, E D, quam EF, pars quam totum. quod eſt abſurdum. Eſt igitur E C. perpendicularis ad AB Quare ſi circulum tangat recta quæpiam linea, &c. Quod demonſtrandum erat.

Aliter E C, non eſt perpendicularis ad A B, erit alter angulorum ad C. obtuſus, & alter acutus. Sit ergo ECB, acutus. qui cum maior ſit angulo ſemicirculi E C D, erit angulus ſemicirculi minor angulo aliquo acuto: quod eſt abſurdum. Omnis ſiquidem angulus ſemicirculi *c* maior eſt omni acuto.

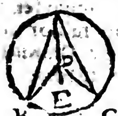
Theorema 17. propoſ. 19. Si circulum tetigerit recta quæpiam linea, à contactu autem recta linea ad angulos rectos ipſi tangenti excitetur: In excitata erit centrum circuli.



Tangat recta A B, circulũ CDE in C; & ex C, ducatur C E, perpendicularis ad AB. dico in CE, eſſe centrum circuli. Si enim eſt extra CE, ſit F, centrum, a quo ad C, ducatur recta F C, quæ *a* perpendicularis erit ad A B. Quare rectus angulus F C B, recto angulo E C B, æqualis erit,

erit, pars toti: quod eſt abſurdum. Non igitur extra C E, centrum circuli exiſtet. Itaque ſi circulum tetigerit recta quæpiam linea, &c. Quod erat demonſtrandum:

Theor. 18. Propoſ. 20. In circulo, angulus ad centrum duplex eſt anguli ad peripheriam, cum fuerit eadem peripheria baſis angulorum.

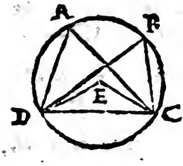


IN circulo ABC, cuius centrum D, ſuper baſin BC, conſtituatur angulus BDC, ad centrum; & ſuper eandem baſin angulus BAC ad peripheriam. Dico angulum BDC duplum eſſe anguli BAC. per centrum D, recta extendatur AE. Quoniam igitur rectæ D A, DB, æquales ſunt, *a* erunt anguli DAB, DBA, æquales: Eſt autem externus angulus BDE, *b* æqualis duobus angulis internis D A B, DBA, Quare BDE. duplex erit alterius eorum, vt anguli DAB. Eodem modo duplus oſtendetur angulus CDE, anguli DAC. Quapropter totus B D C, duplus erit totius BAC. Quando enim duæ magnitudines duarum ſint duplæ, ſingulæ ſingularum, eſt quoque aggregatum ex illis aggregati ex his duplum. Conſtat ergo propoſitum, & eodem fere modo oſtendetur in alijs caſibus.

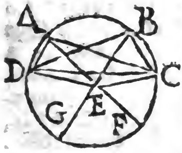
Theo-

a 5. pri. b 32. primi.

Theorema 19. Propo. 21. In circulo, qui in eodem ſegmento ſunt, anguli, ſunt inter ſe æquales.



IN circulo ABCD; cuius cētrum E, exiſtant anguli A, & B, in ſegmento D A B C, Dico eos eſſe æquales. Sit enim ſegmentum DABC primum ſemicirculo maius; & ducantur rectæ DE, CE, ad cētrum. E. Quoniam igitur angulus D E C. ad centrum, *a* duplus eſt tam anguli DAC, quam DBC, ad peripheriam. cum omnes habeant eandem baſin D C; erunt anguli A. & B. dimidiatæ partes anguli E. *b* Quare inter ſe æquales erunt. Eademque ratione omnes alij anguli exiſtentes in ſegmento D A B C, oſtendentur eſſe æquales.



Sit deinde ſegmentum DABC. vel ſemicirculus, vel ſemicirculo minus. Ducantur per centrum E, rectæ A F, B G, & in ſegmento minori connectantur rectæ DE, CE. Quoniam igitur angulus D E F, ad centrum. *c* duplus eſt anguli DAF, ad peripheriam: Similiter angulus CEF, anguli CAF; ac proinde duo anguli ſimul DEF, CEF, duorum angulorum ſimul

DAE

a 20 ter. *b* 7. p u. *c* 20 ter.

DAF, CAF, dupli erunt, hoc eſt, totius anguli DAC: Sunt autem anguli DEG, GEF, æquales angulo DEF: erunt quoque tres anguli DEG, GEF, FEC, ſimul dupli anguli DAC. Eadem ratione erũt ijdem tres anguli dupli anguli DBC. *a* Quare æquales erunt anguli DAC, DBC.

Theorema 20. Propoſ. 22. Quadrilaterorum in circulis deſcriptorum anguli, qui ex aduerſo, duobus rectis ſunt æquales.



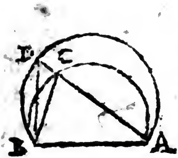
IN circulo, cuius centrum E, inſcriptum ſit quadrilaterum ABCD. Dico duos angulos oppoſitos ABC, CDA: Itẽ BCD, DAB æquales eſſe duobus rectis. Ductis enim diametris duabus quadrilateri AC, BD, *a* erunt duo anguli ABD, ACD, in eodem ſegmento ABCD, æquales. Similiter erunt duo anguli CBD, CAD in eodem ſegmento CBAD, æquales. Quare duo anguli ABD, CBD, hoc eſt, totus angulus ABC, æqualis eſt duobus angulis ACD, CAD. Addito igitur communi angulo CDA, erunt duo anguli ABC, CDA æquales tribus angulis ACD, CAD, CDA. *b* Sed hi tres æquales ſunt duobus rectis. Igitur, & duo ABC, CDA, duobus erunt rectis æquales. Eodem modo oſtendemus, angulos BCD, DAB, duobus eſſe rectis æquales. Nam

rur-

a 7. pri. *a* 21. tert. *b* 32. pri.

rurſus duo anguli ABD, ACD, ſunt æquales: Item duo BCA, BDA; ac propterea totus angulus BCD, duobus angulis ABD, BDA, æqualis erit. Addito igitur communi angulo B A D; erunt duo anguli BCD, BAD, æquales tribus angulis ABD BDA, DA B c Sed hi tres ſunt æquales duobus rectis. Igitur & duo BCD, D A B, duobus rectis æquales erunt. Quadrilaterorum igitur in circulis deſcriptorum, &c. Quod demonſtrandum erat.

Theor. 21. Propoſ. 23. Super eadem recta linea, duo ſegmenta circulorum ſimilia, & inæqualia, non conſtituentur ad eaſdem partes.

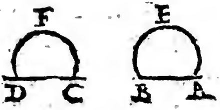


SI enim fieri poteſt, ſuper recta A B, conſtituantur ad eaſdem partes duo ſegmēta ſimilia, & inæqualia A C B, A D B. Perſpicuum eſt autem, quod ſe ſolum interſecent in punctis A . & B; *a* Circulus enim circulum non ſecat in pluribus punctis, quam duobus, Vnde peripheria vnius ſegmenti tota erit extra peripheriā alterius. Ducatur igitur recta AD, ſecans circumferentias in C, & D, & connectantur rectæ CB, DB. Quoniam igitur ſegmēta ponuntur ſimilia, erit per 10. defin. huius lib. angulus ACB, æqualis angulo ADB, ex-

c 32. *pri.* *a* 10. *ter.*

ternus interno: *b* quod eſt abſurdum. Non igitur ſegmenta ſunt ſimilia: Quare ſuper eadem recta linea, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor.22.Propoſ.24. Super æqualibus rectis lineis, ſimilia circulorum ſegmenta ſunt inter ſe æqualia.

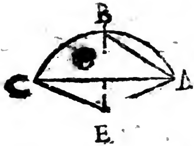


SVper rectis lineis æqualibus AB, CD, conſtituta ſint ſegmenta ſimilia A EB, CFD. Dico ea inter ſe eſſe æqualia. Lineę enim AB, CD, cum ſint æquales, congruent inter ſe, ſi altera alteri ſuper ponatur. Dico igitur & ſegmentum AEB, ſegmento CFD, congruere. Si enim non congruit, cadet aut extra, aut intra aut partim extra, partim intra. Quod ſi extra cadat, aut intra, conſtituentur ſuper eadem recta CD, duo ſegmenta AEB, AFB, ſimilia, & inæqualia, quorum vnum totum extra aliud cadit, quod eſt abſurdum, *a* Demonſtratum enim eſt contrarium. Quod ſi partim extra cadat, partim intra, ſecabunt ſe ſe in pluribus punctis, quam duobus, duo circuli. Quod eſt abſurdum, *b* Circuli enim non ſe ſecant in pluribus punctis, quam duobus. Congruet igitur ſegmentum AEB, ſegmento CFD atque adeo ipſa inter ſe æqualia erunt. Quo circa ſuper

b 10 pr. a 23. ter. b 10. ter.

ſuper æqualibus rectis lineis, &c. Quod erat demonſtrandum.

Problem.3. Propoſ.25. Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum, cuius eſt ſegmentum.



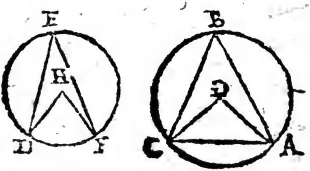
SIt ſegmentum circuli ABC, quod perficere oporteat. Subtendatur recta AC, quæ bifariam ſecetur in D, puncto, per quod perpendicularis ducatur DB, connectaturq; AB. Angulus igitur DBA, vel maior eſt angulo DAB, vel æqualis, vel minor. Si maior, (quod quidem continget, quando ſegmentum ABC, minus fuerit ſemicirculo: Tunc enim, quia BD, tranſit per centrum, ex corollario propoſ.1. huius lib. quod eſt extra ſegmētum, cum ponatur eſſe minus; erit DA, maior, quā DB cum DB, perficiens diametrum *a* ſit omnium minima, quæ ex puncto D, in circumferentiam cadūt. Quare angulus DBA, *b* maior erit angulo DAB) cīno ſi non eſt fiatq; angulus BAE, æqualis angulo DBA, & ſecet recta AE, rectam BD, productam in E. Dico E, eſſe centrū circuli, cuius ſegmentum ABC. Ducta enim recta EC, erunt latera AD, DE, trianguli ADE, æqualia lateribus CD, DE, trianguli CDE & anguli contenti recti *c* Quare baſes EA, EC,

G 2 æqua-

a 7. tert. b 16. primi. c 4. primi.

æquales erunt; *d* Eſt autem & EA, æqualis ipſi FB, quod anguli EAB, EBA, æquales ſint. Igitur tres lineæ EA, EB, EC, æquales erunt, *e* ac propterea E, centrũ erit circuli ABC. quandoquidem ex E, plures quã duæ rectę ęquales cadunt in circũferentiã.

Theorema 23. Propoſitio 26. In æqualibus circulis, æquales anguli æqualibus peripherijs inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant.



IN circulis æqualibus ABC, DEF, quorum centra G, H, conſtituti ſint primũ ad centra anguli æquales AGC, DHF. Dico peripherias AC, DF, quibus inſiſtunt, ſiue ſuper quas aſcenderunt, eſſe æquales, Sumantur enim in peripherijs ABC, DEF, duo puncta B, E, ad quæ rectæ ducantur AB, CB, DE, FE, connectanturque rectæ AC, DF. Quoniã igitur *a* anguli B, & E, dimidij ſunt æqualium angulorum G, & H; erunt & ipſi æquales inter ſe. Quare ex definitione ſegmenta ABC, DEF, ſimilia erunt.

Et

e 9. ter. *a* 20. ter.

Et quia latera AG, GC, triãguli AGC, æqualia ſunt lateribus DH, HF, trianguli DHF, propter circulorũ æqualitatem; & anguli, quos continent G, H, æquales, ex hypotheſi; *b* erunt baſes A C, DF, æquales. Cum igitur ſegmenta ſimilia ABC, DEF ſint ſuper lineas æquales AC, DF, *c* erunt ipſa inter ſe æqualia. Quare ſi à circulis æqualibus demantur, remanebunt, & ſegmenta AC, DF, inter ſe æqualia; atq; adeo peripheriæ AC, DF: Quod eſt propoſitum.

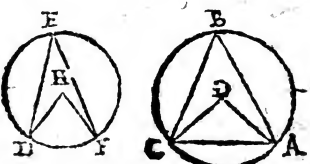
Sint deinde ad peripherias conſtituti duo anguli æquales B, & E; Dico rurſus, peripherias AC, DF, ſuper quas aſcenderunt, eſſe æquales. Erunt enim, vt prius, ſegmenta ABC, DEF, ſimilia. Cum igitur ſint ſuper æquales lineas AC, DF; (cum enim anguli G, H, æquales ſint, *d* quod ſint dupli angulorũ æqualium B, & E: erunt, vt prius, rectæ AC, DF, æquales) *e* erunt ipſa inter ſe æqualia. Si igitur à circulis æqualibus detrahantur, remanebunt & ſegmenta AC, DF, æqualia. In æqualibus, itaque circulis, æquales anguli, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 24. Propoſ. 27. In æqualibus circulis, anguli, qui æqualibus peripherijs inſiſtunt, ſunt inter ſe æquales, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant.

IN circulis æqualibus ABC, DEF, quorũ cẽtra G, H, inſiſtant primũ anguli ad cẽtra AGC, & DHF, æqualibus peripherijs AG, DF Dico angulos AGC,

æquales erunt; *d* Eſt autem & EA, æqualis ipſi FB, quod anguli EAB, EBA, æquales ſint. Igitur tres lineæ EA, EB, EC, æquales erunt, *e* ac propterea E, centrũ erit circuli ABC. quandoquidem ex E, plures quã duæ rectę ęquales cadunt in circũferentiã.

Theorema 23. Propoſitio 26. In æqualibus circulis, æquales anguli æqualibus peripherijs inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant.



IN circulis æqualibus ABC, DEF, quorum centra G, H, conſtituti ſint primũ ad centra anguli æquales AGC, DHF. Dico peripherias AC, DF, quibus inſiſtunt, ſiue ſuper quas aſcenderunt, eſſe æquales. Sumantur enim in peripherijs ABC, DEF, duo puncta B, E, ad quæ rectæ ducantur AB, CB, DE, FE, connectanturque rectæ AC, DF. Quoniã igitur *a* anguli B, & E, dimidij ſunt æqualium angulorum G, & H; erunt & ipſi æquales inter ſe. Quare ex definitione ſegmenta ABC, DEF, ſimilia erunt. Et

e 9. ter. a 20. ter.

Et quia latera AG, GC, triãguli AGC, æqualia ſunt lateribus DH, HF, trianguli DHF, propter circulorũ æqualitatem; & anguli, quos continent G, H, æquales, ex hypotheſi, *b* erunt baſes A C, DF, æquales. Cum igitur ſegmenta ſimilia ABC, DEF ſint ſuper lineas æquales AC, DF, *c* erunt ipſa inter ſe æqualia. Quare ſi à circulis æqualibus demantur, remanebunt, & ſegmenta AC, DF, inter ſe æqualia; atq; adeo peripheriæ AC, DF: Quod eſt propoſitum.

Sint deinde ad peripherias conſtituti duo anguli æquales B, & E; Dico rurſus, peripherias AC, DF, ſuper quas aſcenderunt, eſſe æquales. Erunt enim, vt prius, ſegmenta ABC, DEF, ſimilia. Cum igitur ſint ſuper æquales lineas AC, DF: (cum enim anguli G, H, æquales ſint, *d* quod ſint dupli angulorũ æqualium B, & E: erunt, vt prius, rectæ AC, DF, æquales) *e* erunt ipſa inter ſe æqualia. Si igitur à circulis æqualibus detrahantur, remanebunt & ſegmenta AC, DF, æqualia. In æqualibus, itaque circulis, æquales anguli, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 24. Propoſ. 27. In æqualibus circulis, anguli, qui æqualibus peripherijs inſiſtunt, ſunt inter ſe æquales, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant.

IN circulis æqualibus ABC, DEF, quorũ cẽtra G, H, inſiſtant primũ anguli ad cẽtra AGC, & DHF, æqualibus peripherijs AG, DF Dico angulos AGC,

& DHF, æquales eſſe. Si enim non ſunt æquales, ſit



angulus G, maior, fiatque angulus A G I, æqualis angulo DHF. *a* Erunt igitur peripheriæ AI, DF, æquales. Cum igitur peripheria AC, æqualis ponatur peripheriæ DF, erunt peripheriæ AI, AC, inter ſe æquales, pars & totum; quod eſt abſurdum. Sunt ergo anguli AGC, DHF, æquales.

Inſiſtant deinde eiſdem peripherijs æqualibus AC, DF, anguli B, & E ad peripherias; quos rurſus dico æquales eſſe. Nam ſi alter, vt ABC, maior eſt; fiat angulo E, æqualis angulus ABI. *b* eruntque peripheriæ AI, DF, æquales. Quare, vt prius, erunt peripheriæ AI, AC, æquales, pars & totum; quod eſt abſurdũ. Sunt ergo anguli ABC, DEF, æquales. In æqualibus igitur circulis, anguli, qui æqualibus peripherijs inſiſtũt, &c. Quod demonſtrandũ erat.

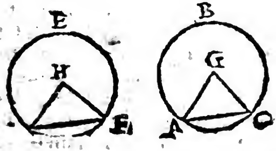
Theor. 25. Propoſ. 28. In æqualibus circulis, æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori, minorem autem minori.

IN circulis æqualibus ABC, DEF, quorum centra G, & H, ſint rectæ æquales A C, DF. Dico

a 26. tert. b 26. tert.

mino.

maiorem peripheriam ABC, æqualem eſſe maiori DEF, & minorem AC, minori DF. Ductis enim rectis AG, GC, DH HF; erunt latera AG, GC, trianguli AGC, æqualia lateribus DH. HF, trianguli DHF. Ponuntur autem & baſes AC, DF, æquales. Igitur *a* anguli G, & H, æquales erunt: Ac propterea peripheriæ AC DF, quibus inſiſtunt, *b* æquales erunt; quæ ablatæ ex totis æqualibus, relinquent etiam æquales ABC, DEF. In æqualibus ergo circulis æquales rectæ lineæ, &c. Quod erat demonſtrandũ.



Theor. 26. Propo. 29. In æqualibus circulis, æquales peripherias, æquales rectæ lineæ ſubtendunt.

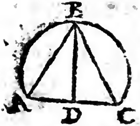
IN circulis eiſdem æqualibus ponantur æquales peripheriæ ABC, DEF; Item AC, & DF. Dico rectas AC, DF, quæ eas ſubtendunt, eſſe æquales. Ductis enim lineis, vt prius, erunt latera AG, GC, trianguli AGC, æqualia lateribus DH HF, trianguli DHF. Sunt autem & anguli G, H, *a* æquales, quod æqualibus peripherijs AC, DF, inſiſtant.

G 4 Igitur

a 8. pri *b* 26. ter. *a* 27. ter.

Igitur *b* baſes AC, DF, æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, æquales peripherias, &c. Quod erat oſtendendum.

Theor. 4. Propoſitio 30. Datam peripheriam bifariam ſecare.



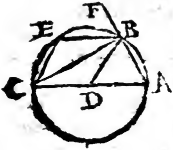
SIt peripheria ABC, ſecanda bifariam. Ducatur recta ſubtendens AC, qua diuiſa bifariam in D. erigatur perpendicularis D B. quæ peripheriam ABC, bifariam ſecabit in B. Ductis enim rectis AB, CB, erunt latera AD, BD, trianguli ADB, æqualia lateribus CD, DB, trianguli CDB. Sunt autem & anguli ad D, æquales, nẽpe recti. Igitur *a* & baſes AB, CB, æquales erunt; Ac propterea *b* peripheriæ AB, CB, erunt æquales. Datam ergo peripheriam bifariam ſecuimus. Quod erat faciendum.

Theor. 27. Propoſ. 31. In circulo angulus, qui in ſemicirculo, rectus eſt: qui autem in maiore ſegmento, minor recto: qui vero in minore ſegmento, maior eſt recto. Et inſuper angulus maioris ſegmenti, recto quidem maior eſt: minoris autem ſegmenti angulus, minor eſt recto.

CIrculi enim ABC, cuius centrum D, diameter ſit AC, conſtituaturque in ſemicirculo angulus ABC, exiſtetque angulus B A C, in maiori ſegmento

b 4. pri. *a* 4. pri. *b* 28. ter.

mento CAB. Conſtituatur quoque in CEB, minori ſegmento angulus BEC. Dico angulum ABC, in ſemicirculo rectum eſſe; angulū vero BAC, in maiore ſegmento, minorem recto: & angulum BEC, in minori ſegmento, maiorem recto, Item angulum maioris ſegmenti comprehenſum recta BC, & peripheria BAC, eſſe recto maiorem. At angulum minoris ſegmenti comprehenſum recta BC, & peripheria BEC, recto minorem. Ducatur enim recta BD, ad centrum, & extendatur AB in F. Quoniam igitur rectæ DA, DB æquales ſunt, *a* erit angulus DBA, angulo DAB æqualis. Eadem ratione erit angulus DBC, angulo DCB æqualis. ideoque totus angulus ABC, duobus angulis BAC, BCA, æqualis erit. *b* Eſt autem & angulus FBC, externus eiſdem duobus internis angulis BAC, BCA. in triãgulo ABC, æqualis. Quare æquales erunt inter ſe anguli ABC, FBC; ac propterea vterque rectus. Rectus igitur eſt angulus ABC; quod eſt primum.



Quoniam vero in triangulo ABC, *c* duo anguli ABC, & BAC, ſunt duobus rectis minores; Et eſt angulus ABC, oſtenſus rectus: Erit angulus BAC, in ſegmēto maiori, recto minori; quod eſt ſecundū.

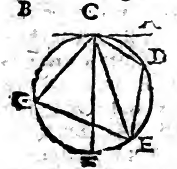
Rurſus, quia in quadrilatero ABEC, intra circulum deſcripto, *d* duo anguli oppoſiti BAC,

Digitized by Google

BAC, & BEC, ſunt duobus rectis æquales; Et angulus BAC. oſtenſus eſt recto minor: Erit BEC, angulus in ſegmento minore, recto maior; quod eſt tertium.

Quartum patet ex demonſtratis, angulis enim ſegmentorum, vel addit, vel detrahit recto.

Theorema 28. Propoſitio 32. Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem producatur quædam recta linea circulum ſecans: Anguli, quos ad contingentem facit, æquales ſunt iis, qui in alternis circuli ſegmentis conſiſtunt, angulis.

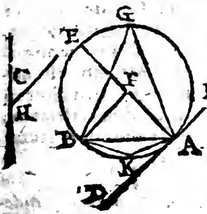


TAngat recta AB, circulum CDE. in C. puncto, à quo ducatur recta CE, diuidens circulum in duo ſegmenta in quibus fiant anguli CGE, CDE. Dico angulum ACE, æqualem eſſe angulo CGE, in alterno ſegmento; & angulum BCE, angulo CDE, in alterno quoque ſegmento. Ducta igitur recta CF, per centrum, connectatur recta EF: *a* eritque CF. perpendicularis ad AB. *b* & angulus CEF, rectus; ac propterea reliqui anguli ECF, EFC. æquales erunt vni recto, vt angulo recto ACF. Dempto ergo communi angulo ECF, erit reliquus ACE, reliquo CFE, æqualis: *c* Eſt autem angulo CFE. æqualis quoque angulus CGE. cum vterq; ſit in ſegmento CGE. Quare angulus ACE.

angulo

angulo CGF, æqualis erit. Quoniam vero in quadrilatero CDEG, duo *d* anguli CDE,CGE, duobus ſunt rectis æquales: *e* Sunt autem & duo anguli ACE, BCE, duobus rectis æquales; ſi auferantur æquales anguli ACE, CGE, remanebit angulus BCE, angulo CDE æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem, &c. Quod erat oſtendendum.

Probl.5. Propoſitio 33. Super data recta linea deſcribere ſegmentum circuli, quod capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.



AD punctum A, fiat angulus DAB, æqualis angulo C acuto; & agatur ad DA perpendicularis AE, quæ cadet ſupra AB. Fiat deinde angulo FAB, æqualis angulus FBA. ſecetque BF, rectam AE, in F *a* Erunt igitur rectæ FA FB, æquales. Quare ſi centro F, & interuallo FA, circulus deſcribatur AGB, tranſibit is per B. Dico igitur angulum in ſegmento AGB, quod deſcriptum eſt ſuper AB, eſſe æqualem angulo C. Fiat enim angulus in dicto ſegmento AGB. Quia igitur AE, per centrũ F, tranſit, & ei perpendicularis eſt DA, tanget DA, recta circulum in A, per

d 22. tert. *e* 13. pri. *a* 6 pri.

per coroll. propoſ. 16. huius lib. Quapropter b angulus DAB, hoc eſt, angulus datus C, æqualis erit angulo G, in ſegmento alterno AGB.



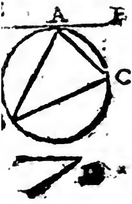
Si vero ſit angulus datus H, obtuſus. Fiat rurſus angulo H, æqualis angulus IAB. & agatur ad IA, perpendicularis AE, quæ ſupra AB, cadet. Reliqua omnia fiant, vt prius, deſcriptumque erit ſuper A B, ſegmentum AKB, in quo angulus k, æqualis eſt angulo dato obtuſo H. Nam angulus I A B, hoc eſt, angulus datus H, c æqualis eſt angulo k, in alterno ſegmento A k B. Eadem enim eſt demonſtratio. Itaque ſuper data recta linea deſcripſimus ſegmentum, &c. Quod efficiendum erat.

Probl. 6. Propoſ. 34. A dato circulo ſegmentum abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

DAtus circulus ſit ABC, a quo auferte oporteat ſegmentum, in quo angulus exiſtens æqualis ſit dato angulo D. a Ducatur recta E F, tangens circulum in A. Fiat deinde angulus FAE, æqualis angulo dato D. Dico igitur angulum ACB, in ſegmento

b 32. ter. c 32. ter. a 17. ter.

ıento ablato ACB, æqualem eſſe dato angulo D.



Eſt enim *b* angulus FAC, æqualis angulo B, in alterno ſegmēto A C B. Cum ergo angulo dato D, factus ſit æqualis angulus FAC, erit quoque angulus B, angulo D, æqualis. A dato ergo circulo abſcidimus ſegmentum A C B, &c. Quod erat faciendum.

ıeorema 29. Propoſitio 35. Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe ſe mutuo ſecuerint, rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis vnius, æquale eſt ei, quod ſub ſegmentis alterius comprehenditur, rectangulo.



SEcet CD, tranſiens per cētrum rectam A B, non bifariam. Secetur ergo AB, bifariam in G, ducanturque rectæ FG, F B, *a* eritqꝫ FG, perpendicularis ad AB. Quoniam recta C D, diuiſa eſt bifariā in F, & non bifariam in E, erit ſane rectangulum ſub CE, ED, vna n quadrato rectæ F E, *b* æquale quadrato rectæ , hoc eſt, quadrato rectæ F B: Eſt autem quaıum rectæ F E, *c* æquale quadratis rectarum GE, & quadratum rectæ FB, æquale quadratis :arum FG, GB, erit quoque rectangulū ſub CE,

ED,

ED, vna cum quadratis rectarum FG. GE, æquale quadratis rectarun. FG, GB. Dempto ergo cõmuni quadrato rectæ FG, remanebit, rectangulum ſub CE, ED, vna cum quadrato rectæ GE, æquale quadrato rectæ GB.



atqui etiam rectangulũ ſub AE, EB, vna cum quadrato rectæ GE, *d* æquale eſt eidem quadrato rectæ GB: propterea quod recta A B, ſecta eſt bifariam in G, & non bifariam in E. Igitur rectangulũ ſub CE, ED, vna cum quadrato rectæ GE, æquale eſt rectangulo ſub AE, E B, vna cum quadrato eiuſdẽ rectæ GE. Quare ablato communi quadrato rectæ GE, remanebit rectangulum ſub CE, ED, æquale rectangulo ſub AE, EB. quod eſt propoſitum.

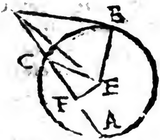
Quod ſi neutra per centrum tranſeat, ſiue vna illarum bifariam diuidatur, ſiue neutra facilè fere eodem medio fiet demonſtratio: vnde cum non ſit noua difficultas, aliud non addo. ſi igitur in circulo duæ lineæ, &c. Quod demonſtrandum erat.

Theor. 30. Propoſitio 36. Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum ſecet, altera vero tangat: Quod ſub tota ſecante, & exterius

d tecun.

rius inter punctum, & connexam peripheriam aſſumpta comprehenditur rectangulum, æquale erit ei, quod à tangente deſcribitur, quadrato.

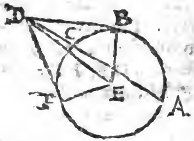
EXtra circulum A B C, punctum ſumatur. D. à quo linea ducatur DA, ſecans circulum in C, linea D B, circulum tangens in B. Dico rectangulum ſub DA, DC, æquale eſſe quadrato rectæ D. Tranſeat enim DA, ſecans vtcunque. Diuiſa ergo AC, bifariam in F; ducantur rectæ EB, EC, ED. EF: eritq; EB, ad BD, perpendicularis; *b* & EF, ad AC. Quoniam igitur C A, diuiſa eſt per æqualia in F, & ei addita recta CD, *c* erit rectãgulum ſub DA, DC vna cũ quadrato rectæ CF, æquale quadrato rectæ DF. Addito igitur communi quadrato rectæ FE, erit rectangulum ſub DA, DC, vna cum quadratis rectarum CF, F E, æquale quadratis rectarum D F; F E: Eſt autem quadratis rectarum C F; FE, *d* æquale quadratum rectæ E C, ideoque & quadratum rectæ E B; Et *e* quadratis rectarum DF, FE, æquale eſt quadratum rectæ D E. Quare rectangulum ſub D A, DC, vna cum quadrato rectæ EB, æquale erit quadrato rectæ D E. Cum igitur quadratum rectæ D E, *f* æquale ſit quadratis rectarum D B, B E. erit



a 36. tert. b 3. tert. c 6. sec. d 47. pri. e 47. pri. f 47 pri.

erit & rectangulum ſub DA,DC, vna cum quadrato rectæ E B, æquale quadratis rectarum DB. BE. Ablato ergo communi quadrato rectæ BE, remanebit rectangulum ſub DA, D C, quadrato rectæ D B, æquale: quod eſt propoſitum. Si igitur extra circulum ſumatur punctum aliquod. &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 32. Propoſ. 37. Si extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera circulum ſecet, altera in eum incidat; ſit autem, quod ſub tota ſecante, & exterius inter punctum, & conuexam peripheriam aſſumpta, comprehenditur rectangulum, æquale ei, quod ab incidente deſcribitur, quadrato; Incidens ipſa circulum tanget.



Extra circulum ABC, cuius centrum E, punctum ſumatur D, à quo ducatur recta DA, circulum ſecans in C, & recta D B, incidens in circulum ad punctum B, ſitque rectangulū ſub DA, DC, æquale quadrato rectæ D B. Dico DB, circulū tangere in B. a Ducatur enim DF, tangens circulum, & iungātur rectæ EB, EF. Quod ſi DA, ſecans nō tranſeat per centrū E, iungatur quoque recta DE. Quoniā igitur re-

ctangulo ſub DA, DC, b æquale eſt quadrat m
ctæ tangentis DF: Et eidem rectangulo ſub DA,
C, æquale ponitur quadratum rectæ DB: erunt
adrata rectarum DF, DB, interſe æqualia; ideo-
ie & rectæ DF, DB, æquales inter ſe erunt. Ita-
ue quia latera DF, FE, trianguli DFE, æqualia
int lateribus DB, BE, trianguli DBE; & baſis D
, communis c erunt anguli DFE, DBE, æquales.
tqui angulus DFE, rectus eſt, quod DF, circu-
m tangat. Igitur & angulus DBE, rectus erit.
Quapropter per coroll. propoſ. 16. huius lib. DB,
rculum tanget; quod eſt propoſitum. Si ergo ex-
ra circulum ſumatur punctum aliquod, &c. Quod
rat demonſtrandum.

H BV-

b 36 ter. c 8. pri. d 18. ter.

Digitized by Google

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.

DEFINITIONES.

1 Figura rectilinea in figura rectilinea inſcribi dicitur, cum ſinguli eius figuræ, quæ inſcribitur, anguli ſingula latera eius, in qua inſcribitur, tangunt.

2. Similiter, & figura circum figuram deſcribi dicitur, cum ſingula eius, quæ circumſcribitur, latera ſingulos eius figuræ angulos tetigerint, circum quam illa deſcribitur.

3. Figura rectilinea in circulo inſcribi dicitur, cũ ſinguli eius figuræ, quæ inſcribitur, anguli tetigerint circuli peripheriam.

4. Figura vero rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, cum ſingula latera eius, quæ circunſcribitur, circuli peripheriam tangunt.

5. Similiter, & circulus in figura rectilinea inſcribi

ſcribi

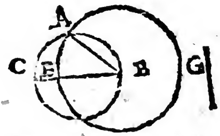
Digitized by Google

ſcribi dicitur, cum circuli peripheria ſingula latera tangit eius figuræ, cui inſcribitur.
Circulus autem circum figuram deſcribi dicitur, cum circuli peripheria ſingulos tangit eius figuræ, quam circumſcribit, angulos.
Recta linea in circulo accommodari, ſeu coaptari dicitur, cum eius extrema in circuli peripheria fuerint.

Digitized by Google

PROBLEMA 1. PROPOSITIO 1.

In dato circulo rectam lineam accommodare æqualem datæ rectæ lineæ, quæ circuli diametro non ſit maior.

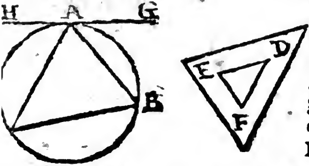


IN circulo A B C, coaptanda ſit recta linea æqualis rectæ lineæ datæ G; quæ tamen maior non ſit diametro circuli dati. Cũ enim diameter *a* ſit omnium rectarum in circulo maxima, ſi data recta diametro maior foret, non poſſet in circulo aptari illi vna æqualis. Ducatur ergo diameter B C Itaque ſi data recta G, æqualis fuerit diametro, aptata, erit B C, illi æqualis: Si vero G, minor fuerit diametro, *b* abſcindatur B E, æqualis ipſi G, & centro B, interuallo autem B E, circulus deſcribatur E A, ſecans circulum A B C, in A. Ducta igitur recta B A, erit ea aptata in circulo ABC, æqualis datæ rectæ G. *c* Eſt enim B A, æqualis ipſi B E; & G, æqualis eidem BE, per conſtructionem. Quare A B, & G, inter ſe æquales quoque erunt. In dato ergo circulo rectam lineam accommodauimus, &c. Quod faciendum erat.

Theo-

a 15. def. 3. *b* 3. primi. *c* 15 def. primi.

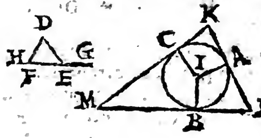
*·orema 2, Propoſitio 2. In dato circulo triangulum de-
ſcribere dato triangulo æquiangulum.*



SIt in circulo ABC, dato deſcribẽdum triãgulum æquiangulum triãgulo dato cuicumque DEF. Ducatur
t? GH, tangens circulum in A, fiatque angulus
B, angulo F, æqualis, & angulus HAC angulo E,
ue extendantur rectæ AB, AC, ad circumferen-
n vſq; in puncta B, & C, coniunganturque recta
. Non cadet autem recta AC, in rectam AB,
inter rectas AB, AG: propterea qđ anguli GA
I AC, hoc eſt anguli F, E, *a* minores ſunt duo-
rectis, *b* eſſent autem duobus rectis æquales, ſi
, in AB, caderet; vel maiores duobus rectis, ſi
er AB, AG, cadere. Dico triangulum ABC,
ulo dato inſcriptum, eſſe æquiangulum dato
ngulo DEF. Eſt enim angulus C, *c* æqualis an-
o GAB; & eidem angulo GAB, æqualis eſt an-
lus F, ex conſtructione. Quare anguli C & F,
er ſe quoque erunt æquales. Similiter quia,
gulus B, *d* æqualis eſt angulo HAC; & eidem
gulo HAC, æqualis eſt, per conſtructionem,
gulus E, erunt etiam anguli B, & E, inter ſe æ-
les. Cum igitur duo anguli B, & C, triangu-

li ABC, æquales ſint duobus angulis E, & F, trianguli DEF. erunt quoque reliqui anguli A, & D, æquales. Aequiangulum eſt ergo triangulum ABC, triangulo DEF. Quare in dato circulo triangulum deſcripſimus, &c. Quod faciendum erat.

Problema 3. Propoſitio 3. Circa datum circulum triangulum deſcribere dato triangulo æquiangulum.



Circa circulũ datum ABC, deſcribendum ſit triãgulum æquiangulũ dato triãgulo DEF. Producto latere EF, vtrinque ad G, & H, ſumptoque centro circuli I, ducatur recta vtcunque AI, & fiat angulus AIB, æqualis angulo DEG, & angulus BIC, angulo DFH. Deinde ex A, B, C, educantur ad AI, BI, CI, perpendiculares kL, LM, MK, quæ circulum tangent in punctis A, B, C, per coroll. propoſ. 16. lib. 3. coibuntque in punctis K, L, M. Si enim duceretur recta AC, fierent duo anguli kAC, kCA, duobus rectis minores, ac proinde AK, CK, coibunt, &c. Nam recta hæc ducta AC, caderet ſupra rectas AI, CI, quod hæ angulum conſtituant in I. Cum enim ſpatium circa I. æquale ſit quatuor rectis ex coroll. 2. propoſ. 15. lib. 1. hoc eſt, quatuor angulis

is ad E, & F, ſintque duo anguli AIB,CIB, duo-
angulis DEG,DFH, æquales; erit reliquũ ſpa-
n AIC, reliquis duobus angulis DEF, DFE, æ-
le; Sed *a* hi minores ſunt duobus rectis. Igitur
patium A I C, minus erit duobus rectis, ac pro-
e angulus erit A I C Alias ſpatium illud eſſet
æquale duobus rectis, ſi nimirum AI,CI, vnam
am lineam cõſtituerent: vel maius duobus re-
, ſi recta A I, producta caderet ſupra I C. Cadit
ur neceſſario AI, producta infra CI, atque id-
o angulus fiet AIC, ad partes K, & ducta recta
faciet cum Ak,Ck, duos angulos minores duo-
rectis, ideoque rectę AK,Ck, coibunt in k. Non
s oſtendemus, AL,BL, coire in L, & CM, BM,
[: quia ductæ rectæ AB, B C, facient cum A L,
CM,BM, angulos minores duobus rectis De-
ptum eſt igitur circa circulũ triangulũ K L M,
d dico eſſe æquiangulum triangulo DEF Quo-
n enim omnes anguli in quadrilatero A I B L,
les ſunt quatuor rectis, vt ad 32. propoſ. lib. 1.
ſum fuit, & anguli IAL, IBL, ſunt duo recti,
t reliqui AIB, & L, duobus rectis æquales. Cũ
r *b* & anguli DEG,DEF, ſint duobus rectis æ-
es; ſi auferantur æquales AIB, DEG, remane-
ngulus L, angulo D E F, æqualis. Pari ratione
idemus angulũ M, æqualẽ eſſe angulo DFE, c
quus igitur angulus K, reliquo angulo D, æ-
is erit; atque idcirco triangulũ KLM, æquian-
 gulum

[illegible]

[illegible]

Tr

Digitized by Google

l. 5. Propoſitio 5. Circa datum triangulum circulum deſcribere.



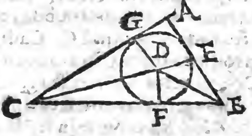
SIt circulus deſcribendus circa datum triangulum ABC. diuidantur duo latera AB, AC, (quæ in triangulo rectangulo, vel obtuſangulo ſumenda ſunt facilitatis gratia, circa rectum, vel obtuſum angulum, quamuis hoc non ſit omnino neceſ-
ım, ſed duo quæuis latera bifariam poſſint ſe-
) bifariam in D, & E punctis, ex quibus edu-
ur DF, EF, perpendiculares ad dicta latera co-
tes in F, (Quod enim coeant, patet. Nam ſi
a eſſet recta DE, fierent anguli FDE, FED,
ɔus rectis minores.) eritque F, vel intra trian-
ım, vel in latere BC, vel extra triangulum.
antur rectæ FA, FB. FC. Quoniam igitur latera
DF, trianguli ADF, æqaalia ſunt lateribus BD,
trianguii BDF, & anguli ad D, rectis; *a* erunt
s FA, FB, ęquales. Eodem modo erunt FA, F
quales. Cum ergo tres rectæ FA, FB, FC, ſint
ıles, circulus deſcriptus ex F, ad interuallum
tranſibit quoque per puncta B, & C. Circa
ım ergo triangulum circulum deſcripſimus;
d. erat faciendum.

Pro-

a 4. primi.

gulum triangulo DEF. Circa datum ergo circulum, &c. Quod efficiendum erat.

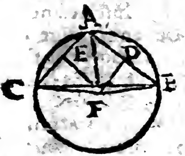
Problem. 4. Propoſitio 4. In dato triangulo circulum inſcribere.



SIt deſcribendus circulus in dato triangulo A B C. Diuiſis duobus angulis ABC, A C B, biſariam rectis BD, C D, quæ intra triangulum coeant in D, ducantur ex D, ad tria latera, perpendiculares D E, D F, D G. Quoniam igitur duo anguli DBE, DEB, trianguli DBE, æquales ſunt duobus angulis DBF, DFB, triãguli DBF, vterque vtrique; & latus B D, commune; *a* erunt quoque latera D E, D F, æqualia. Eademque ratione æqualia erunt latera DF, DG, in triangulis DCF, DCG. Cum igitur tres rectæ DE, DF, DG, ſint æquales; circulus ex D, ad interuallum DE, deſcriptus tranſibit per reliqua puncta F, & G; tangetque latera trianguli in E, F, G, per coroll. propoſ. 16. lib. 3. quod latera perpendicularia ſint ad ſemidiametros DE, DF, DG. In dato ergo triangulo circulum deſcripſimus. Quod erat efficiendum.

Pro

Probl. 5. Propoſitio 5. Circa datum triangulum circulum deſcribere.



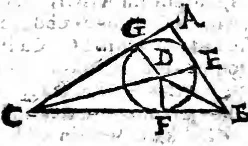
SIt circulus deſcribendus circa datum triangulum ABC. diuidantur duo latera AB, AC. (quæ in triangulo rectangulo, vel obtuſangulo ſumenda ſunt facilitatis gratia, circa rectum, vel obtuſum angulum, quamuis hoc non ſit omnino neceſſarium, ſed duo quæuis latera bifariam poſſint ſecari) bifariam in D, & E punctis, ex quibus educantur DF, EF, perpendiculares ad dicta latera coeuntes in F, (Quod enim coeant, patet. Nam ſi ducta eſſet recta DE, fierent anguli F D E, F ED, duobus rectis minores.) eritque F, vel intra triangulum, vel in latere B C, vel extra triangulum. Ducantur rectæ FA, FB. FC. Quoniam igitur latera AD, DF, trianguli ADF, æqualia ſunt lateribus BD, DF, trianguli B D F, & anguli ad D, rectis; *a* erunt baſes FA, FB, æquales. Eodem modo erunt F A, F C, æquales. Cum ergo tres rectæ FA, FB, FC, ſint æquales, circulus deſcriptus ex F, ad interuallum FA, tranſibit quoque per puncta B, & C. Circa datum ergo triangulum circulum deſcripſimus. Quod erat faciendum.

Pro-

a 4. primi.

gulum triangulo DEF. Circa datum ergo circulum, &c. Quod efficiendum erat.

Problem. 4. Propoſitio 4. In dato triangulo circulum inſcribere.

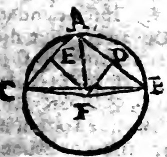


SIt deſcribendus circulus in dato triangulo A B C. Diuiſis duobus angulis ABC, A C B, bifariam rectis BD, C D, quæ intra triangulum coeant in D, ducantur ex D, ad tria latera, perpendiculares D E, D F, D G. Quoniam igitur duo anguli DBE, DEB, trianguli DBE, æquales ſunt duobus angulis DBF, DFB, trianguli DBF, vterque vtrique; & latus B D, commune; a erunt quoque latera D E, D F, æqualia. Eademque ratione æqualia erunt latera DF, DG, in triangulis DCF, DCG. Cum igitur tres rectæ DE, DF, DG, ſint æquales; circulus ex D, ad interuallum DE, deſcriptus tranſibit per reliqua puncta F, & G; tangetque latera trianguli in E, F, G, per coroll. propoſ. 16. lib. 3. quod latera perpendicularia ſint ad ſemidiametros DE, DF, DG. In dato ergo triangulo circulum deſcripſimus. Quod erat efficiendum.

Pro-

a 26 primi.

Probl. 5. Propoſitio 5. Circa datum triangulum circulum deſcribere.



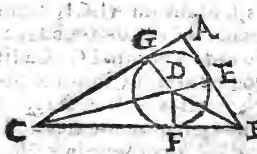
Sit circulus deſcribendus circa datum triangulum ABC. diuidantur duo latera AB, AC. (quæ in triangulo rectangulo, vel obtuſangulo ſumenda ſunt facilitatis gratia, circa rectum, vel obtuſum angulum, quamuis hoc non ſit omnino neceſſarium, ſed duo quæuis latera bifariam poſſint ſecari) bifariam in D, & E punctis, ex quibus educantur DF, EF, perpendiculares ad dicta latera coeuntes in F, (Quod enim coeant, patet. Nam ſi ducta eſſet recta DE, fierent anguli FDE, FED, duobus rectis minores.) eritque F, vel intra triangulum, vel in latere BC, vel extra triangulum. Ducantur rectæ FA, FB. FC. Quoniam igitur latera AD, DF, trianguli ADF, æqualia ſunt lateribus BD, DF, trianguli BDF, & anguli ad D, rectis; *a* erunt baſes FA, FB, equales. Eodem modo erunt FA, FC, æquales. Cum ergo tres rectæ FA, FB, FC, ſint æquales, circulus deſcriptus ex F, ad interuallum FA, tranſibit quoque per puncta B, & C. Circa datum ergo triangulum circulum deſcripſimus. Quod erat faciendum.

Pro-

a 4. primi.

gulum triangulo DEF. Circa datum ergo circulum, &c. Quod efficiendum erat.

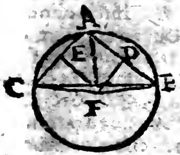
Problem. 4. *Propoſitio* 4. *In dato triangulo circulum inſcribere.*



Sit deſcribendus circulus in dato triangulo A B C. Diuiſis duobus angulis ABC, A C B, bifariam rectis BD, C D, quæ intra triangulum coeant in D, ducantur ex D, ad tria latera, perpendiculares D E, D F, D G. Quoniam igitur duo anguli DBE, DEB, trianguli DBE, æquales ſunt duobus angulis DBF, DFB, trianguli DBF, vterque vtrique; & latus B D, commune; *a* erunt quoque latera D E, D F, æqualia. Eademque ratione æqualia erunt latera DF, DG, in triangulis DCF, DCG. Cum igitur tres rectæ DE, DF, DG, ſint æquales; circulus ex D, ad interuallum DE, deſcriptus tranſibit per reliqua puncta F, & G; tangetque latera trianguli in E, F, G, per coroll. propoſ. 16. lib. 3. quod latera perpendicularia ſint ad ſemidiametros DE, DF, DG. In dato ergo triangulo circulum deſcripſimus. Quod erat efficiendum.

Pro-

Probl. 5. Propoſitio 5. Circa datum triangulum circulum deſcribere.



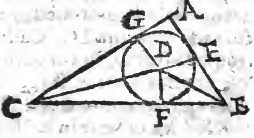
Sit circulus deſcribendus circa datum triangulum ABC. diuidantur duo latera AB, AC. (quæ in triangulo rectangulo, vel obtuſangulo ſumenda ſunt facilitatis gratia, circa rectum, vel obtuſum angulum, quamuis hoc non ſit omnino neceſſarium, ſed duo quæuis latera bifariam poſſint ſecari) bifariam in D, & E punctis, ex quibus educantur DF, EF, perpendiculares ad dicta latera coeuntes in F, (Quod enim coeant, patet. Nam ſi ducta eſſet recta DE, fierent anguli FDE, FED, duobus rectis minores.) eritque F, vel intra triangulum, vel in latere BC, vel extra triangulum. Ducantur rectæ FA, FB. FC. Quoniam igitur latera AD, DF, trianguli ADF, æqualia ſunt lateribus BD, DF, trianguli BDF, & anguli ad D, rectis; *a* erunt baſes FA, FB, equales. Eodem modo erunt FA, FC, æquales. Cum ergo tres rectæ FA, FB, FC, ſint æquales, circulus deſcriptus ex F, ad interuallum FA, tranſibit quoque per puncta B, & C. Circa datum ergo triangulum circulum deſcripſimus. Quod erat faciendum.

Pro-

a 4. primi.

gulum triangulo DEF. Circa datum ergo circulum, &c. Quod efficiendum erat.

Problem. 4. *Propoſitio* 4. *In dato triangulo circulum inſcribere.*

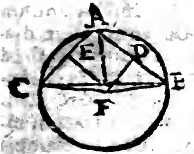


Sit deſcribendus circulus in dato triangulo A B C. Diuiſis duobus angulis ABC, A C B, bifariam rectis BD, C D, quæ intra triangulum coeant in D, ducantur ex D, ad tria latera, perpendiculares D E, D F, D G. Quoniam igitur duo anguli DBE, DEB, trianguli DBE, æquales ſunt duobus angulis DBF, DFB, trianguli DBF, vterque vtrique; & latus B D, commune; *a* erunt quoque latera D E, D F, æqualia. Eademque ratione æqualia erunt latera DF, DG, in triangulis DCF, DCG. Cum igitur tres rectæ DE, DF, DG, ſint æquales; circulus ex D, ad interuallum DE, deſcriptus tranſibit per reliqua puncta F, & G; tangetque latera trianguli in E, F, G, per coroll. propoſ. 16. lib. 3. quod latera perpendicularia ſint ad ſemidiametros DE, DF, DG. In dato ergo triangulo circulum deſcripſimus. Quod erat efficiendum.

Pro-

a 26 primi.

Probl. 5. Propoſitio 5. Circa datum triangulum circulum deſcribere.

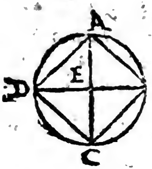


Sit circulus deſcribendus circa datum triangulum ABC. diuidantur duo latera AB, AC. (quæ in triangulo rectangulo, vel obtuſangulo ſumenda ſunt facilitatis gratia, circa rectum, vel obtuſum angulum, quamuis hoc non ſit omnino neceſſarium, ſed duo quæuis latera bifariam poſſint ſecari) bifariam in D, & E punctis, ex quibus educantur DF, EF, perpendiculares ad dicta latera coeuntes in F, (Quod enim coeant, patet. Nam ſi ducta eſſet recta DE, fierent anguli F D E, F ED, duobus rectis minores.) eritque F, vel intra triangulum, vel in latere B C, vel extra triangulum. Ducantur rectæ FA, FB, FC. Quoniam igitur latera AD, DF, trianguli ADF, æqualia ſunt lateribus BD, DF, trianguli B D F, & anguli ad D, recti; *a* erunt baſes FA, FB, equales. Eodem modo erunt F A, F C, æquales. Cum ergo tres rectæ FA, FB, FC, ſint æquales, circulus deſcriptus ex F, ad interuallum FA, tranſibit quoque per puncta B, & C. Circa datum ergo triangulum circulum deſcripſimus. Quod erat faciendum.

Pro-

a 4. primi.

Probl. 6. Propoſitio 6. In dato circulo quadratum deſcribere.

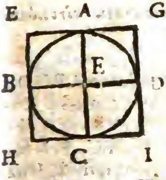


SIt in dato circulo ABCD, cuius centrum E, inſcribendum quadratum. Ducantur duæ diametri A C, B D, ſecantes ſe ſe ad angulos rectos in cētro E, & iungantur rectæ A B, B C, C D, DA. Dico ABCD, eſſe quadratum inſcriptum in dato circulo. Nā quia latera EA, EB, trianguli AEB, æqualia ſunt lateribus EC, EB, trianguli CEB, cum omnia ſint ex cētro; & anguli contenti ſunt recti; *a* erunt Baſes A B, B C. æquales. Eadem ratione æquales erunt rectæ BC, CD: Item rectæ C D, D A, & rectæ D A, AB Omnia igitur latera quadrilateri A B C D, æqualia inter ſe ſunt. Quod breuius ita concludemus. Quoniam quatuor anguli ad E, æquales ſunt, nimirum recti; *b* erunt quatuor arcus, quibus inſiſtunt, æquales: *c* ac proinde & rectæ quatuor ſubtenſæ æquales erunt. Omnia ergo latera quadrilateri ABCD, inter ſe æqualia ſunt. Sunt autem *d* & anguli recti, cum omnes in ſemicirculis exiſtant. Quare quadratum erit ABCD, proptereaq; in dato circulo quadratum deſcripſimus. Quod erat faciendum.

Pro-

Digitized by Google

Probl. 7. Propoſitio 7. Circa datum circulum quadratum deſcribere.



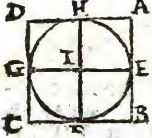
SIt circa datum circulum AB CD, cuius centrum E, deſcribendum quadratum. Ducantur duæ diametri AC, BD, ſecãtes ſe in E, centro ad angulos rectos, & per A, B, C, & D, educantur ad diametros lineæ perpendiculares FG, FH, HI, IG, coeuntes in punctis F, H, I, G. Quod .n. coeant AF, BF, patet ex eo, quod ducta recta AB faciat cũ AF, BF, duos angulos duobus rectis minores; atque ita de reliquis. Dico FHIG, eſſe quadratum circa circulũ datum deſcriptum. Cũ enim anguli AEB, FBE, ſint recti, *a* erunt FH, AC, parallelæ; ſimiliterque erunt GI, AC, parallelæ. *b* Quare & FH, GI, parallelæ erũt. Eodẽ modo parallelæ erunt FG, HI. Quoniã igitur parallelogrammũ eſt ACHF, *c* erunt latera oppoſita AC, FH, æqualia, & anguli oppoſiti ACH, AFH, æquales: Sed ACH eſt rectus. Igitur AFH rectus erit. Eadem ratione oſtendemus angulos H, I, G, rectos eſſe; & latera HI, IG, GF, æqualia eſſe diametris BD, AC. Quare cum diametri ſint æquales, erunt & quatuor latera FG, FH, HI, IG, æqualia, ideoque FGIH, quadratum erit; cuius quidem latera circulum tangunt, per corollarium propoſ. 16 lib. 3. Circa

ca

a 28. pri. b 28. pri. c 38. pri.

ca datum igitur circulum quadratum deſcripſimus. Quod erat efficiendum.

Problema 8. Propoſitio 8. in dato quadratu circulum deſcribere.

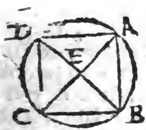


SIt in dato quadrato ABCD, inſcribendus circulus. Diuiſis lateribus bifariam in E, F, G, H, ducantur rectæ EG, FH, ſecantes ſe in I. Quoniam igitur AD, BC, rectæ æquales ſunt, & parallelæ, erunt, & dimidiæ earum AH, BF, æquales; & parallelæ. *a* Quare & AB parallela eſt, & æqualis ipſi FH. Eadem ratione erit DC, parallela, & æquales eidem FH. Itemque rectæ AD, BC, parallelæ erunt, & æquales ipſi EG. Sunt igitur parallelogramma AI, IB, CI, ID, ideoque rectæ IE, IF, IG, IH, æquales erunt rectis AH, EB, DH, AE. Sunt autem hæ inter ſe æquales, cum ſint ſemiſſes æqualiũ AD, AB, &c. Quare & rectæ IE, IF, IG, IH, æquales erũt, ac propterea circulus deſcriptus ex I, ad interuallum IE, tranſibit quoque per puncta F, G, H, qui cum contingat latera AB, BC, CD, DA, per corol. propoſ. 16. lib. 3. *b* quod anguli ad E, F, G, H, ſint recti, deſcriptus erit in quadrato AC. In dato ergo quadrato circulum deſcripſimus. Quod efficiendum erat.

Pro-

a 33 primi. *b* 29. primi.

Problema 9. Propoſitio 9. Circa datum quadratum circulum deſcribere.



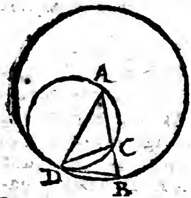
SIt deſcribendus circulus circa quadratum ABCD. Ducãtur diametri AC, BD. ſecantes ſe in E. Quoniam igitur latera AB, AD, trianguli ABD æqualia ſunt *a* erunt anguli ABD ADB, æquales: Eſt autem angulus BAD, rectus. *b* Quare ABD. ADB, ſemirecti erunt. Similiter oſtendemus, reliquos omnes angulos ad A, B, C, D, eſſe ſemirectos, & idcirco inter ſe æquales. Cum ergo anguli EAD. EDA, ſint æquales: *c* erunt rectæ EA, ED. æquales. Eadem ratione EA, EB, æquales erunt; necnon EB, EC Item EC, ED. Quare circulus ex E, deſcriptus, interuallo EA, tranſibit per reliqua puncta B, C, D, Circa datum ergo quadratum circulum deſcripſimus. Quod erat faciendum.

Problema 10. Propoſ. 10. Iſoſceles triangulum conſtituere; quod habeat vtrumque eorum, qui ad baſin ſunt, angulorum, duplum reliqui.

SVmatur quæuis recta linea AB quæ *a* diuidatur in C, ita vt rectangulum ſub AB, BC, æquale ſit quadrato rectæ AC. Deinde centro A, interuallo vero

a 5. pri. b 32. pri. c 6. pri. a 11. ſecun.

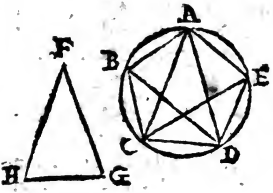
vero A B. circulus deſcribatur, in quo *b* accommodetur recta B D, ęqualis ipſi AC, iungaturque recta A D. Quoniã antẽ rectæ A B, AD, æquales ſunt, erit triangulũ ABD, Iſoſceles. Dico vtrumque angulorum ABD, ADB, duplũ eſſe reliqui anguli A. Ducta enim recta C D, *c* deſcribatur circa triangulũ A CD, circulus DCA Quoniã igitur rectangulum ſub AB BC. ęquale eſt quadrato rectæ BD, & recta AB, ſecat circulũ DCA, *d* tanget recta BD, eundẽ circulum DCA, in D. Quare angulus BDC, *e* æqualis eſt angulo A, in alterno ſegmento CAD. Addito igitur communi CDA, erit totus angulus A D B, æqualis duobus angulis CAD, CDA. Sed his eiſdem *f* ęqualis eſt etiam angulus externus BCD. Angulus ergo BCD, æqualis erit angulo ADB, hoc eſt, angulo A BD, *g* cum ABD, ADB, æquales ſint; *h* ac propterea *h* rectæ CD, BD, æquales erunt: Eſt autem BD, ęqualis poſita rectæ AC. Igitur & CD, ipſi CA, æqualis erit; *i* ac propterea anguli CAD, C D A, æquales. Angulus igitur ADB, qui æqualis oſtenſus eſt duobus angulis CAD, GDA, duplus erit alterius eorũ, anguli nimirum A. Quare, & Angulus A B D, duplus erit eiuſdẽ anguli A. Iſoſceles ergo triangulũ conſtituimus, habens, &c. quod erat efficiendum.



Pro-

b 1. quart. c 5. quart. d 37. ter. e 32. ter. f 32. pri. g 5. pri. h 6. pri. i 5. pri.

Probl. 11. Propoſitio 11. In dato circulo, pentagonum æquilaterum, & æquiangulum inſcribere.

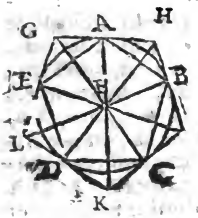


SIt in dato circulo ABCDE, inſcribendum pentagonum æquilaterũ, & ęquiangulum. *a* Conſtruatur triangulum Iſoſceles F G H, ita vt vterque angulorũ G, H, duplus ſit reliqui F, & in circulo *b* inſcribatur triangulũ ACD, æquiangulum triangulo FGH, & vterque angulorum ACD, ADC, *c* bifariam diuidatur rectis CE, DB, atque rectæ iungantur A B, BC, CD, DE, EA. Dico pentagonum ABCDE, in circulo dato inſcriptum, eſſe æquilaterum, & æquiangulum. Cum enim vterque angulorum ACD, ADC, duplus ſit anguli CAD, & diuiſus bifariã; erũt quinque anguli A D B, B D C, CAD, DCE, ECA, ęquales. *d* Quare arcus AB, BC, CD, DE, EA, ſuper quos aſcẽderunt, atq; idcirco *e* & rectę AB, BC, CD, DE, EA, æquales erunt. Aequilaterum eſt igitur pentagonũ ABCDE. Rurſus, quia arcus AB, ED, æquales ſunt; addito cõmuni BCD, fient ęquales AB CD, EDCB. *f* Anguli ergo AED, BAE, dictis arcubus inſiſten-

a 10. quart. b 2. quar. c 9. pri. d 26. ter. e 29. ter. f 27. ter.

ſiſtentes æquales erunt. Eodem modo æquales erunt cuilibet horum angulorum reliqui anguli. Inſiſtunt enim æqualibus arcubus, quorum ſinguli ex ternis arcubus æqualibus cōponuntur. Aequiangulum eſt ergo pentagonum ABCDE. Quare cum & æquilaterum eſſe ſit oſtenſum inſcriptum erit dato circulo pentagonum ęquilaterum, & æquiangulum: Quod faciendum erat.

Problem. 12. Propoſ. 12. Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.



SIt circa datum circulum ABCDE, deſcribendū pentagonum æquilaterum, & æquiangulum. *a* Inſcribatur in eo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum ABCDE, & ex centro F, ducantur rectæ FA, FB, FC, FD, FE, ad quas ducantur perpendiculares GH, HI, Ik, KL, LG, coeuntes in G, H, I, K, L. Cum enim anguli GAE, GFA, duobus ſunt rectis minores, partes nimirum angulorum rectorum FAG, FEG; *b* coibunt rectæ AG, EG, ad partes G, & ſic de alijs. Et quia ipſe tangunt circulum per coroll. propoſ. 16. lib. 3. erit deſcriptū pentagonū GHIkL. circa circulum; quod dico eſſe æquilaterum atque

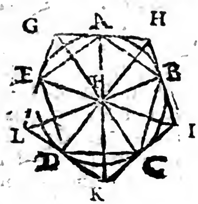
æqui

æquiangulum. Ductis enim rectis FG,FH,FI Fk, F L, erunt quadrato rectæ FH, *c* æqualia tam quadrata rectarum F A, A H, quam rectarum FB BH. Quare quadrata rectarum F A, A H, æqualia erunt quadratis rectarum F B, B H Demptis igitur quadratis æqualibus rectarum æqualium F A, F B, remanebunt quadrata rectarum AH, B H, æqualia; ideoque & rectæ AH, BH, æquales erunt. Quod etiam conſtat ex coroll 2. propoſ. 36. lib. 3. cũ AH, B H, ex eodem puncto H, ducantur circulum tangentes in A, & B. Quoniam ergo latera A F, F H, trianguli AFH, æqualia ſunt lateribus BF, FH triãguli BFH. Eſt autem & baſis AH, baſi BH, æqualis, vt oſtenſum eſt; *d* erunt anguli AFH, BFH, æquales. Igitur *e* & anguli A HF, BHF. Duplus igitur eſt angulus AFB, anguli BFG, & angulus AHB, anguli BHF. Eodem modo oſtendemus, angulum B FC, duplum eſſe anguli BFI, & angulum BIC, anguli BIF. Cum igitur *f* anguli AFB, BFC, ſint æquales, quod inſiſtant circumferentijs A B, B C, *g* quæ æquales ſunt, cum a rectis æqualibus ſubtendantur AB, BC; erunt & dimidij eorũ BFH, BFI, æquales. Quocirca cum duo anguli BFH, HBF, triãguli BFH, æquales ſint duobus angulis BFI, IBF, trianguli IFB & latus illis adiacẽs cõmune B F, *h* erũt & latera BH BI, æqualia & anguli BHF, BIF, æquales. Dupla eſt ergo recta H I, rectæ HB Eademque ratione oſtendemus GH, rectam duplam eſſe re-

I ctæ

c 47 primi. d 8. pri e 4. pri. f 27. ter g 28. ter h 26 pri.

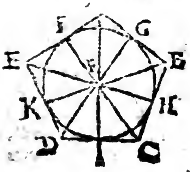
ctæ H A. Sunt autem oſtenſæ æquales HB, HA. Igitur & earum duplæ HI, HG, æquales erunt. Similiter demõſtrabimus. rectas IK, KL, LG æquales eſſe cuilibet rectarũ HI, HG. Aequilaterũ ergo eſt pentagonum GHIKL. Rurſus quoniam oſtenſum eſt, angulos BHF, BIF, æquales eſſe, ac



ſemiſſes angulorum B H A, B I C, erunt & eorum dupli BHA BIC, æquales. Eademque ratione anguli IKL, KLG, LGH, æquales erunt cuilibet angulorum BHA, BIC. Aequiangulum igitur eſt pentagonum GHIKL. Quapropter cum, & æquilaterum ſit oſtenſum, deſcriptum erit circa datum circulum, pentagonum æquilaterum, & æquiangulum. Quod efficiendum erat.

Problema 13. *Propoſitio* 13. *In dato pentagono æquilatero & æquiangulo circulum inſcribere.*

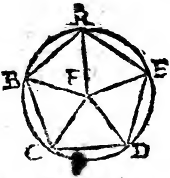
Sit inſcribendus circulus in dato pentagono A B C D E. *a* Diuidantur duo eius anguli B A E, A B C, proximi biſariam rectis A F, BF, quæ coeant in F. Cum enim



enim ex ſcholio præcedentis propoſ. rectæ A F, BF, ſecent oppoſita latera C D, D E, bifariam, neceſſe eſt, duas rectas AF, BF, ſe mutuo intra pentagonũ ſecare, priuſquam rectis C D, D E, occurrant. Connectantur deinde rectæ FC, FD, FE. Quoniam igitur latera AB, BF, trianguli ABF, æqualia ſunt lateribus CB, BF, trianguli C B F: Sunt autem ex conſtructione, & anguli ipſis contenti æquales ABF, CBF; *b* erunt baſes AF, CF, & anguli BAF, BCF, æquales. Cum igitur anguli B A E, BCD, ponantur æquales, & B A F, dimidium ſit anguli B A E, per conſtructionem; erit & B C F, dimidium anguli B C D. Diuiſus eſt ergo angulus BCD, bifariam. Simili modo oſtendemus, reliquos, duos angulos C DE, DEA, diuiſos eſſe bifariam. Ducantur iam ex F, ad ſingula Pentagoni latera perpẽdiculares F G, FH FI, FK, FL, Quoniam igitur duo anguli FGA, F AG, trianguli FAG, æquales ſunt duobus angulis F LA, FAL, trianguli FAL; eſtque latus AF, ſubtenſum vni æqualium angulorum commune *c* erunt & rectæ FG, FL, æquales. Similiterq; oſtendentur reliquæ perpendiculares FH, FI, FK, æquales cuilibet iſtarum. Circulus igitur deſcriptus ex centro F, & interuallo FG tranſibit per puncta quoq; H, I, K, L. Quoniã vero latera pẽtagoni circulũ hũc tangunt, per coroll. propoſ. 16. lib. 3. eo, q̃d angulos rectos faciant cum ſemidiametris FG, FH, &c. erit circulus in dato pentagono inſcriptus. Quod faciendũ erat.

b 4. pri. c 26 pri.

Theorema 14. *Propoſitio* 14. *Circa datum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum circulum deſcribere.*

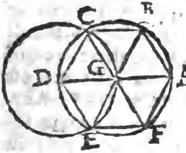


SIt circa pentagonum A B CDE æquilaterum & æquiangulum, circulus deſcribendus, Diuiſis duobus angulis BAE A B C, biſariam rectis AF, BF, quæ coeant in F, intra pentagonum, vt in antecedentem propoſ. demõſtratum eſt; & coniunctis rectis FC, FD, FE, oſtendemus, vt in præcedenti problemate, reliquos etiam angulos BCD, CDE, DEA, ſectos eſſe biſariã. Erunt ergo omnes anguli dimidij inter ſe æquales quod toti anguli æquales ponantur. Quoniam igitur in triangulo AFB, duo anguli æquales ſunt FAB, FBA; *a* erunt rectæ FA, FB, equales. Eademque ratione erunt reliquæ F C, F D, F E, cuilibet iſtarum æquales Quare circulus deſcriptus ex centro F, interuallo autem F A, tranſibit quoque per puncta B C, D E, Circa datum ergo pentagonum, &c. Quod faciendum erat.

Pro-

a 6 primi.

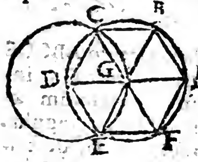
Problema 15. Propoſitio 15. In dato circulo, hexagonum, & æquilaterum, & æquiangulum inſcribere.



Sit in dato circulo ABCDEF, cuius centrum G, inſcribendum hexagonum æquilaterum, & æquiangulũ. Ducta diametro A D, deſcribatur circulus ex centro D, interuallo vero DG, qui ſecet circulum datum in pũctis C, & E, è quibus per centrum G, rectæ extendantur C F, E B. Si igitur connectantur rectæ AB, BC, CD, DE, EF, FA, inſcriptum erit in dato circulo, hexagonum ABCDEF; quod dico eſſe, & æquilaterum & æquiangulum. Cum enim recta GC, æqualis ſit rectæ GD, & recta DC, æqualis eidem recte DG, ex definitione circuli; erũt & rectæ GC, DC æquales inter ſe: Ideoque triangulum CDG, erit æquilaterum. Quare *a* tres anguli CGD, GDC, DCG, æquales inter ſe erunt: qui cum *b* æquales ſint duobus rectis, erit quilibet illorum; nempe C G D, tertia pars duorum rectorum. Eodem modo erit angulus DGE, tertia pars duorum rectorum. Sunt autem tres anguli CGD, DGE, EGF, *c* æquales duobus rectis. Reliquus igitur angulus E G F, tertia quoque pars erit duorum rectorum. Sunt ergo tres anguli C G D, DGE, EGF, inter ſe æquales; quibus cum etiam

a 5. primi. b 32 pri. c 13. pri.

æquales ſint ad verticem anguli FGA, AGB, BGC, erunt ſex anguli ad centrum G, æquales. e Quare circumferentiæ, quibus inſiſtunt, f ac propterea rectæ AB, BC, CD, DE, EF, FA, æquales erunt; Quapropter, æquilaterũ eſt hexagonum ABCDEF. Rurſus quia circumferentia BC æqualis eſt circumferentiæ, AF; ſi addatur cõmunis CDEF, erunt circũferentiæ BCDEF, AFEDC, æquales. Anguli igitur ipſis inſiſtentes B A F, ABC, g æquales erunt. Similiterq; e oſtendemus, reliquos angulos BCD, CDE, DEF, EFA, æquales eſſe cuilibet iſtorum, quia nimirum quilibet inſiſtit arcui compoſito ex quatuor arcubus æqualibus, nimirum ex tot, quot latera continet figura inſcripta, demptis duobus. Ex quo fit, angulos omnes ęqualibus arcubus inſiſtere. Quare æquiangulũ quoq; eſt hexagonũ ABCDEF. In dato ergo circulo hexagonum æquilaterũ, & æquiangulũ deſcripſimus. Quod faciendũ erat.



Probl. 16. Propoſ. 16. In dato circulo, quintidecagonum & æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.

SIt in dato circulo ABC, inſcribendum Quintidecagonum æquilaterum, & æquiangulum. Conſtituto triangulo ęquilatero D, quod ex coroll. pro-

propoſ. 5. lib. 1. erit etiam æquiangulum; *a* inſcribatur ei æquiangulum triangulum ABC, in dato circulo, quod & erit æquilaterum, ex coroll. propoſ. 6. lib. 1 *b* eruntq; tres arcus AB, BC, CA. æquales, vel propter tres rectas AB, BC CA, æquales vel propter tres æquales angulos A B, C, trianguli ABC. Qualium igitur partium æqualium quindecim eſt circumferentia tota ABC, talium quinque erit arcus AB, qui tertia pars eſt totius circumferentiæ. *c* Inſcribatur rurſus in dato circulo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum AEF GH; applicans vnum angulorum ad punctum A, *d* eruntque quinque arcus AE, EF, FG GH, HA, æquales, Qualium igitur partium æqualium quindecim eſt tota circumferentia ABC, talium trium erit arcus AE, quinta pars exiſtens totius circumferentiæ, Itaque cum arcus AB contineat tales partes quinque, & arcus AE, tres; continebit reliquus arcus EB, duas Diuiſo ergo arcu EB bifariam in I, erit arcus BI, pars decimaquinta totius circumferentię. Quare ducta recta BI, ſubtendet decimaquintam partem totius circumferentiæ; cui ſi alię



a 2. [illegible] vel [illegible] c [illegible] d 28. tert. e 30. tert.

quatuordecim, *f* æquales in circulo accommodentur, inſcriptum erit in circulo quintidecagonum æquilaterum, quod *g* & æquiangulum eſt cum eius anguli ſubtendant arcus æquales, compoſitos videlicet ex 13. arcubus æqualibus omnes vt perſpicuum eſt In dato igitur circulo quintidecagonum, &c. Quod faciendum erat.

Similiter autem per ea, quæ dicta ſunt de pentagono ſupra, propoſ. 12. 13. & 14. deſcribemus circa datum circulum quintidecagonum æquilaterum, & æquiangulum. Item in dato quintidecagono, æquilatero, & æquiangulo circulum inſcribemus; & tandem circa datum quintidecagonum deſcribemus circulum.

E V-

f 1 quar. *g* 27. ter.

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVINTVS.

DEFINITIONES.

1 PArs eſt magnitudo magnitudinis, minor maioris, cum minor metitur maiorem.

2 Multiplex autem eſt maior minoris cum minor metitur maiorem.

3 Ratio eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis mutua quædam ſecundum quantitatem, habitudo.

4 Proportio vero eſt rationum ſimilitudo.

5 Rationem habere inter ſe magnitudines dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ ſe ſe mutuo ſuperare.

6 In eadem ratione magnitudine dicuntur eſſe, prima ad ſecundã, & tertia ad quartã, cũ primæ & tertiæ æque multiplicia, a ſecundæ & quartæ æque multiplicibus, qualiſcumque ſit hæc multiplicatio, vtrumque ab vtroque vel vna deficiunt, vel vna æqualia ſunt, vel vna ex-

Digitized by Google

cedunt; ſi ea ſumantur, quæ inter ſe reſpondent,

7 Eandem autem habentes rationem magnitudines, Proportionales vocentur.

8 Cum vero æque multiplicium multiplex primæ magnitudinis exceſſerit multiplicem ſecundæ; At multiplex tertiæ non exceſſerit multiplicem quartæ; tunc prima ad ſecundã maiorem rationem habere dicetur, quam tertia ad quartam.

9 Proportio autem in tribus terminis pauciſſimis conſiſtit.

10 Cum autem tres magnitudines proportionales fuerint; Prima ad tertiam duplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad ſecundam: At cum quatuor magnitudines proportionales fuerint; prima ad quartam triplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad ſecundam, Et ſemper deinceps, vno amplius, quamdiu proportio extiterit.

11 Homologæ, ſeu ſimiles ratione magnitudines: dicuntur antecedentes quidem antecedentibus, conſequentes vero conſequentibus.

12 Alterna ratio, eſt ſumptio antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.

13 Inuerſa ratio, eſt ſumptio conſequentis, ceu antecedentis, ad antecedentem, velut ad conſequentem.

14 Compoſitio rationis, eſt ſumptio antecedentis cũ cõſequẽte, ceu vnius, ad ipſam cõſequentẽ.

15 Di-

15 Diuiſio rationis eſt ſumptio exceſſus, quo conſequentem ſuperat antecedēs, ad ipſam conſequentem.

16 Conuerſio rationis, eſt ſumptio antecedentis ad exceſſum, quo ſuperat antecedens ipſam conſequentem.

17 *Ex æqualitate* ratio eſt, ſi plures duabus ſint magnitudines, & his aliæ multitudine pares, quę binæ ſumantur, & in eadem ratione: cum vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, ſic & in ſecundis magnitudinibus prima ad vltimam ſe ſe habuerit.

Vel aliter. Sumptio extremorum, per ſubductionem mediorum.

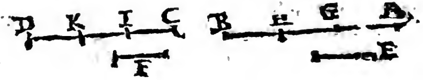
18 Ordinata proportio eſt, cum fuerit quemadmodum antecedens ad conſequentem. ita antecedens ad conſequentem: fuerit etiam, vt conſequens ad aliud quidpiam, ita conſequens ad aliud quidpiam.

19 Perturbata autem proportio eſt, cum tribus poſitis magnitudinibus, & alijs, quæ ſint his multitudine pares, vt in primis quidem magnitudinibus ſe habet antecedens ad conſequentem, ita in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem: Vt autem in primis magnitudinibus conſequens ad aliud quidpiam, ſic in ſecundis magnitudinibus aliud quidpiam ad antecedentem.

THEO-

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si ſint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularum, æque multiplices; quam multiplex eſt vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.

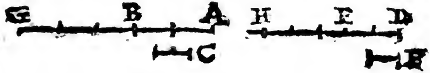


SInt quotcunque magnitudines AB,CD,totidem magnitudinum E, F, æque multiplices. Dico magnitudines AB,CD. ſimul tam eſſe multiplices magnitudinum E F, ſimul, quam eſt multiplex AB, ipſius E, vel CD,ipſius F. Cum enim AB; CD, ſint æque multiplices ipſarum E, & F, ſi AB, diuidatur in magnitudines AG,GH,HB, ipſi E,æquales, & CD, quoque in magnitudines CI, IK,K D, ipſi F, æquales; (Diuidi autem poterit quælibet in partes omnino æquales, cum A, B, C, D, E,F,æque multiplices, atque ideo toties E, in AB, perfecte contineatur, quoties F, in C D vt ex ijs, quæ in defin.2, huius lib. ſcripſimus,conſtat) erunt magnitudines AG,GH,HB, tot numero, quot ſunt magnitudines CI,IK, K D. Quoniam vero A G, & E, æquales inter ſe ſunt, ſi ipſis addãtur æquales CI, & F, a erunt AG,CI,ſimul, æquales ipſi E, & F, ſimul Eodem

a 2. pron.

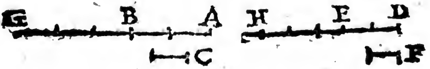
dem modo erúnt GH, & Ik, ſimul æquales ipſis E, & F. ſimul; Necnon H B, & KD; eiſdem E& F. quoties igitur E, in AB, vel F, in CD, continetur, toties, & E F, ſimul, in AB, CD, ſimul comprehenduntur, ideoque, quam multiplex eſt AB, ipſius E, tam ſunt multiplices AB, C D, ſimul, ipſarum E, & F, ſimul vt conſtat ex ijs, quæ in defin, 2. huius lib. ſcripſimus. Quare ſi ſint quotcumque magnitudines, quotcumque magnitudinum &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor.2.Propoſ.2 Si prima ſecunda æqua fuerit multiplex, atque tertia quarta; fuerit autem & quinta ſecunda æque multiplex atque ſexta quartæ; erit & compoſita prima cum quinta, ſecunda æque multiplex, atque tertia cum ſexta, quarta.



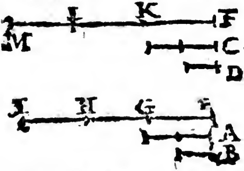
Sit magnitudo prima A B, tam multiplex ſecundæ C, quam eſt multiplex DE, tertia quartæ F; Rurſus tam ſit multiplex B G, quinta ipſius C, ſecundæ, quam multiplex eſt E H, ſexta, ipſius F, quartæ. Dico A B, primam cum B G, quinta compoſitam, tam multiplicem eſſe ſecundæ, C quam multiplex eſt, D E tertia compoſita, cum ſexta E H, ipſius F, quartæ. Cum enim A B, ſint

ſint æque multiplice sipſarum C, F, erunt in AB,



tot magnitudines ipſi C , æquales , quot ſunt in D E, æquales ipſi F. Eadem ratione erunt, & in B G, tot æquales ipſi C, quod ſunt in E H , ęquales ipſi F. Si igitur æqualibus multitudinibus A B, DE, addantur æquales multitudines B G , EH, erunt totæ multitudines A G, DH, æquales. Quare toties comprehenditur C , in A G, quoties F, in D H . Quod erat oſtendendum .

Theor. 3. Propoſ. 3. Si ſit prima ſecundæ æque multiplex, atque tertia quartæ ; ſumantur autem æquæ multiplices primæ , & tertiæ : Erit & ex æquo , ſumptarum vtraque vtriuſque æque multiplex , altera quidem ſecundæ , altera autem quartæ .



SIt prims magnitudo A, tã multpilex ſecunda B, quã multiplex eſt Cretia quartę D; ſumãturq; E, F, æque multiplices primæ , & tertiæ A , & C. Dico ex æquo tam multiplicem eſſe E, ipſius B, ſecundæ, quam eſt F, ipſius D, quar-

tæ

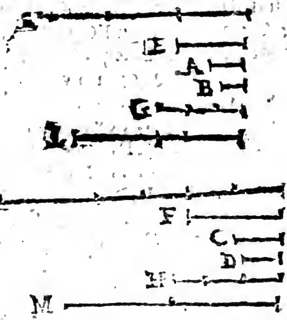
tæ Nam cum E,& F, ſint æque multiplices ipſarum A, & C; ſi diſtribuantur E, & F, in magnitudines ipſis A,& C,æquales, vt in EG,GH,HI, & FK KL, LM,erunt tot partes in E, æquales ipſi A, quot ſunt in F, æquales ipſi C. Quoniam vero EG, FK,æquales ſunt ipſis A,& C;ſunt autem A,& C, æque multiplices ipſarum B, & D; ex hypotheſi; Erunt & EG,FK, earundem B, & D,æque multiplices. Pari ratione erunt GH,KL, Item HI, LM, æque multiplices earundem B & D,erunt igitur & compoſitæ *a* ex EG, GH, æque multiplices ipſius B,vt compoſitæ ex FK,KL,ipſius C,ergo, & pariter compoſita ex EH,HI, & ex FL, LM,& eadem erit ratio,ſi plures ſint partes. Quod oſtendendum erat.

Theor. 4. Propoſ. 4 Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: Etiam æque multiplices primæ, & tertiæ, ad æque multiplices ſecundæ, & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem, ſi prout inter ſe reſpondent, ita ſumptæ fuerint.

SIt proportio A, ad B, quæ C, ad D, ſumanturque primæ A, & tertiæ C, æque multiplices E, & F; Item ſecundæ B, & quartæ D, æque multiplices G, & H, iuxta quamuis multiplicationem: ſiue E, F, ita multiplices ſint ipſarum A, C, ſicut G, H, ipſarum B, D, ſiue non, His poſitis, conſtat ex defin. 6 huius lib. ſi E, deficit à G,etiã F,deficere ab H: Et ſi E,æqua-

a 2. qu.

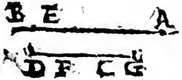
qualis eſt ipſi G, etiã F, æqualem eſſe ipſi H; Et deni



que ſi E, excedit G etiã F, excedere H. Alioquin non eſſet, per defin. 6. eadem proportio A, ad B, quæ C, ad D, ſi earum æque multiplicia non ſemper ita ſe haberent. Dico iam, multiplicia primæ ac tertiæ non ſolum vna deficere à multiplicibus ſecundæ, ac quartæ, aut vna æqualia eſſe, aut vna excedere, vt diximus, ſed eandem quoque inter ſe proportionem habere. Capiantur enim rurſus I K, ipſarum E, F, æque multiplices; Item L, M, æque multiplices ipſarum G H. Quoniam igitur tam multiplex eſt E, prima ipſius A. ſecundæ, quam F, tertia ipſius C. quartæ; ſumptæ ſunt autem & I, K. æque multiplices ipſarum E, F, primæ ac tertiæ *a* Erunt quoque ex æquo I, K, æque multiplices ip-

ſarum A, C, ſecundæ, & quartæ. Eadem ratione erunt L, M, ipſarum B,D, æque multiplices. Et quia ponitur proportio A, primæ ad B, ſecundam, quæ C, tertiæ ad D,quartam, oſtenſæque ſunt I,K,ęque multiplices primæ, & tertiæ A, C. Item L,M,ęque multiplices ſecundæ,& quartæ B,D,iſtæ quæ illorũ ſunt æque multiplices vna deficient, vel excedent, vel æquales erunt.*b* ergo ita ſe habebit E,ad F,quorum I k, ſunt ęque multiplices,vt G,ad H, quorũ L M, ſunt æque multiplices. Quod erat oſtendendũ.

Theor.5. Propoſitio 5. Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex, atque ablata ablatæ: Etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, vt tota totius.

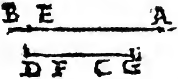


ITa multiplex ſit tota AB,totius CD,vt eſt multiplex AE, ablata ablatæ CF. Dico reliquam EB, ita eſſe multiplicem reliquæ FD, vt eſt tota AB,totius CD.Ponatur enim EB,ita multiplex cuiuſpiam magnitudinis,videlicet ipſius GC,vt eſt AE.multiplex ipſius CF,vel tota AB,totius CD. Quoniã igitur AE,EB,æque ſunt multiplices ipſarum CF, GC; *a* erit tota AB,totius GF,ita multiplex,vt AE,ipſius CF, hoc eſt omnes omnium, vt vna vnius: Sed

K tam

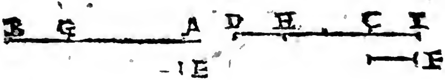
b 6. defin. quin. a 1. q in.

tam multiplex etiam ponitur AB, ipſius CD, quam eſt multiplex AE, ipſius CF. Igitur AB tã eſt mul-



tiplex ipſius GF, quã multiplex eſt ipſius C D; *b* atque idcirco æquales ſunt GF, CD. Ablata igitur cõmuni C F. æquales erunt G C, F D. Tam multiplex igitur erit E B, ipſius F D, quam multiplex eſt ipſius G C. Sed ita multiplex poſita fuit E B, ipſius GC, vt AE, ipſius CF, hoc eſt, vt tota AB, totius C D. Quare tã multiplex eſt reliqua EB, reliquæ FD, quam eſt tota AB, totius CD, quod eſt propoſitum.

Theor.6.Propoſ.6. Si duæ magnitudines duarum magnitudinum ſint æque multiplices, & detractæ quædam ſint earundem æque multiplices: & reliquæ eiſdem aut æquales ſunt, aut æque ipſarum multiplices.

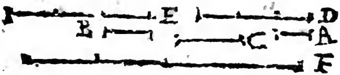


SInt magnitudines A B, C D, æque multiplices ipſarum E, F, & detractæ A G, C H, earundem E, F, æque multiplices. Dico reliquas G B, H D, aut eſſe

b 6. pon.

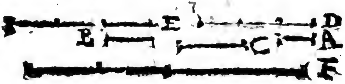
eſſe æquales eiſdem E, F, aut certe earundẽ æque multiplices. Quoniam AB,CD, ſunt ipſarum E, F, æque multiplices; erunt in A B, tot magnitudines æquales ipſi E, quot ſunt magnitudines in C D. æquales ipſi F. Rurſus quia AG,CH, earundem E,F, æque multiplices ſunt; erunt quoque in A G, tot magnitudines ipſi E, æquales, quot ſunt magnitudines in CH, ipſi F, æquales. Si igitur ex æqualibus multitudinibus A B, C D, demantur multitudines æquales AG, CH; remanebunt multitudines G B, HD, æquales. Quare toties continebitur E, in G B, quoties F, continetur in HD, ac proinde ſi G B, æqualis ſit ipſi E, erit quoque H D, ipſi F, æqualis: Si autem GB, multiplex ſit ipſius E: erit ita multiplex HD, ipſius F, vt G B, multiplex eſt ipſius E: quandoquidem toties E, in G B, continetur, quoties F, in HD, exiſtit, vt oſtenſum eſt.

Theor.7. Propoſ.7. Aequales ad eandem, eandem habent rationem: Et eadem ad æquales.



Sint duæ magnitudines A B, æquales inter ſe,& tertia quæuis C. Dico A, & B, habere eandem proportionem ad C. Item C, viciſſim ad A, & B, eandem quoque proportionem habere. Sumantur

D,E, æque multiplices ipſarum æqualium A,B; *a* e-
runtque D, E, æquales inter ſe. Capiatur rurſus F,



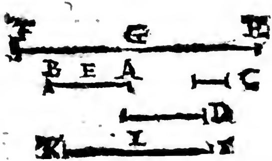
vtcunque multiplex ipſius C. Quoniam igitur D,E, æquales ſunt, fit vt vtraq; vel minor ſit, quam F, vel æqualis, vel maior, iuxta quamcunque multiplicationem ea multiplicia ſumantur. Quare cum D, E, æque multiplices primæ A,& B, tertiæ, minores ſint ipſa F, multiplice ſecundæ,& quartę C,(eſt enim C, inſtar duarum magnitudinum, &c.) vel æquales, vel maiores; *b* erit ea proportio primæ A, ad C, ſecundam, quæ tertiæ B, ad C, quartam.

Eodem pacto oſtendemus F. vel minorem eſſe vtraque D, E, vel vtrique æqualem, vel maiorem. Igitur cum F, multiplex primæ & tertiæ C, vna deficiat à D & E, æque multiplicibus ſecundæ A, & quartæ B; vel vna æqualis ſit, vel maior; *c* Erit quoque ea proportio primæ C, ad ſecundã A, quę tertię C, ad quartam B; quod eſt propoſitum. Poſſet breuius ſecunda hæc pars oſtendi per coroll. 4. propoſ. ex inuerſa ratione. Cũ enim oſtenſum iam ſit, eſſe A, ad C, vt B, ad C, erit conuertendo C, ad A, vt C, ad B. Æquales ergo ad eandem, eandem habent rationẽ. Et eadẽ ad æquales, quod erat demõſtrandũ.

Theo-

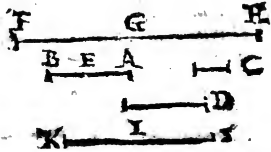
a 6. pron. b 6. defi. quin. c 6. defin. quin.

Theor. 8. Propoſitio 8. Inæqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quam minor: Et eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quam ad maiorem.



SInt magnitudines inęquales, AB, maior, & C, minor. Tertia autem quælibet D. Dico proportionē AB ad D, maiorē eſſe proportione C, ad D. At è conuerſo, maiorē eſſe proportionē D, ad C, quā D, ad AB. Intelligatur enim in A B, magnitudine maiore, magnitudo A E, æqualis minori C, vt ſit reliqua EB. Vtraq; deinde EB, AE, ęqualiter multiplicetur, hac lege, vt GF, multiplex ipſius EB maior quidem ſit, quā D; At HG, multiplex ipſius AE, non ſit minor eadem D ſed vel maior, vel æqualis. Quoniā igitur duæ FG, GH, æque multiplices ſunt duarū B E, EA; erit & tota FH, ita multiplex totius AB, vt H G, ipſius AE, hoc eſt, ipſius C, cū æquales ſint poſitę C, & AE. Capiatur quoque ipſius D, multiplex Ik, quæ proxime maior ſit, quā HG. Abſciſſa ergo LK

quæ æqualis ſit ipſi D, non erit I L, maior, quam

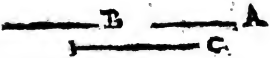


HG, (alias Ik, non eſſet multiplex ipſius D, proxime maior quam HG; ſed & I L, maior quoque eſſet quam HG. Quod ſi IK, dupla ſit ipſius D, perſpicuum eſt, I L, non eſſe maiorem, quàm H G. cum HG, poſita ſit non minor quam D, hoc eſt quã IL,) & idcirco H G erit vel æqualis ipſi IL, vel maior. Et quia FG, maior eſt poſita quam D, L K, vero æqualis eidem D: erit quoque FG, maior quam L K. Cum ergo HG, non minor ſit quam I L, vt demonſtratum eſt, ſed vel æqualis, vel maior; erit tota FH, maior quam Ik. Itaque cum FH, HG, ſint ęque multiplices primæ AB, & tertiæ C; atque Ik, multiplex ipſius D, quæ inſtar eſt ſecundæ & quartæ: ſit autẽ F H, multiplex primæ, maior quam I K. multiplex ſecundæ; At H G, multiplex tertiæ, non ſit maior, quam I k, multiplex quartæ, immo minor, ex hypotheſi; (ſumpta enim eſt IK, multiplex ipſius D, maior quàm HG,) erit maior proportio AB, primę ad D, ſecundam quam C, tertiæ ad D, quartam.

Quo-

Quoniam vero è contrario I K, multiplex primæ D, (ponatur enim nunc D, prima ac tertia; At C, ſecunda & AB, quarta) maior eſt quam HG, multiplex ſecundæ C; At I K, multiplex tertię D, maior non eſt, quam F H, multiplex quartæ A B, immo minor, cum FH, maior ſit, quam Ik, vt oſtenſum eſt; erit maior porportio D, primę ad C, ſecundam, quam D, tertię ad AB, quartam: quod eſt propoſitum. Inęqualium igitur magnitudinum maior ad eandem, &c. Quod erat oſtendendum.

Theor. 9. Propoſ. 9. Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales ſunt inter ſe: Et ad quas eadem eandem habet rationem, ea quoque ſunt inter ſe æquales.

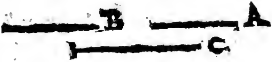


HAbeant primum A, & B, eandem rationem ad C. Dico A, & B, eſſe inter ſe æquales. Sit enim, ſi fieri poteſt, altera, nempe A. maior, & B, minor,. *a* Erit igitur maior proportio A, maioris ad C, quam B, minoris ad eandem C; quod eſt contra hypotheſim. Non ergo inæquales ſunt A, & B, ſed æquales. Habeat deinde C, eandem proportionem ad A, & B. Dico rurſus A, & B, eſſe ęquales. Nam ſi altera, nempe A, eſſet maior, & B, minor; *b* haberet C, ad B, minorem, maiorem proportionẽ, quam

a 8. quin. b 8 quin.

ad A, maiorem : quod eſt contra hypotheſin. Non igitur maior erit A, quam B, ſed æqualis. Quæ igitur ad eandem, eandem habent rationem, &c. Quod demonſtrandum erat.

Theor. 10. *Propoſitio* 10. *Ad eandem magnitudinem rationem habentium, quæ maiorem rationem habet, illa maior eſt: Ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor eſt.*

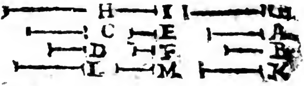


HAbeat primum A, ad C, maiorem proportionem, quam B, ad eandem C. Dico A, maiorem eſſe, quam B: Si enim A, foret ipſi B, æqualis, *a* haberent A, & B, eandem proportionem ad C: Si autem A, minor eſſet, quam B, *b* haberet B, maior ad C, proportionem maiorem, quam A, minor ad eãdem C, quod eſt contra hypotheſin. Non eſt igitur A, æqualis vel minor quam B, ſed maior. Habeat ſecundo C, ad B, maiorem proportionem, quam ad A. Dico B, minorem eſſe quam A. Non enim æqualis erit B, ipſi A; *c* alioqui haberet C, eandẽ proportionẽ ad A, & B; quod eſt cõtra hypotheſin Neque vero B, maior erit quã A, *d* alias haberet C, ad minorẽ A, maiorem proportionem quam ad B, maiorem quod

a 7. quin. b 8. quin. c 7. quin. d 8. quin.

quod magis eſt contra hypotheſin. Minor igitur eſt B, quam A, quod eſt propoſitum. Ad eandem igitur magnitudinem rationem habentium, &c. Quod erat demonſtrandum.

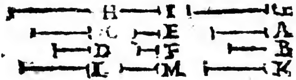
Theor. 11. *Propoſ.* 11. *Quæ eidem ſunt eadem ratione, & inter ſe ſunt eadem.*



Sint proportiones A, ad B, & C, ad D, eædẽ proportioni E, ad F. Dico & proportiones A, ad B, & C, ad D, eaſdem eſſe inter ſe, ſecundum definitionem 6. Sumantur enim ad omnes antecedentes A, C, E, æque multiplices quæcunque G, H, I, & ad omnes conſequentes B, D, F, aliæ quæcunque æque multiplices k, L, M. Quoniam igitur ponitur eſſe A, primæ ad B, ſecundam, vt E, tertiam ad F, quartã; *a* ſit vt ſi G, multiplex primæ deficit a k, multiplice ſecundæ, deficiat quoque I, multiplex tertiæ ab M. multiplice quartæ; Et ſi G, æqualis eſt ipſi K, vel maior, æqualis quoque ſit I, ipſi M, vel maior: *b* Sed (vt eodem modo oſtendetur) ſi I, minor eſt, quam M, vel æqualis, vel maior, eſt quoque H, minor quam, L, vel æqualis, vel maior: propterea quod ponitur eſſe E, prima ad F, ſecundã, vt C, tertia

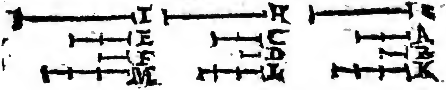
a 6. def. quin. b 6 def quin.

tia ad D, quartam. Quare ſi G, multiplex primę A, deficit à K, multiplice ſecundæ B, deficiet quoque H, multiplex tertiæ C, ab L, multiplice quartę D.



Et ſi G, æqualis eſt, vel maior quam K, etiam H, ęqualis erit, vel maior quam L. Idemque oſtendetur accidere in quibuſcunque alijs ęque multiplicibus. *c* Quapropter erit A, prima ad B, ſecundã, vt C, tertia ad D, quartã. Quę igitur eidẽ ſunt eædẽ rationes, & inter ſe ſunt eędẽ. Quod erat oſtẽdendũ.

Theor.12, Propoſ.12. Si ſint magnitudines quotcunque proportionales: quemadmodum ſe habuerit vna antecedentium ad vnam conſequentium, ita ſe habebunt omnes antecedentes ad omnes conſequentes.



QVod in propoſ. 1. de proportione multiplici demonſtrauit, oſtendit hic de omni genere pro-

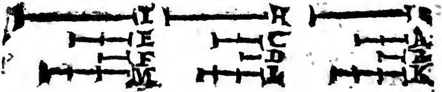
c 6 def.quin.

proportionis, etiam irrationalis. Sint ergo quotcũque magnitudines A, B, C, D, E, F, proportionales hoc eſt, ſit A ad B, vt C, ad D, & E, ad F. Dico vt eſt vna antecedentium ad vnam conſequentiũ, nimirum A, ad B, ita eſſe omnes antecedentes ſimul A, C, E, ad omnes conſequentes ſimul B, D, F. Sumptis enim G, H, I, æque multiplicibus antecedentium, & K, L, M, æque multiplicibus conſequẽtium, *a* erunt omnes G, H, I, ſimul omnium A, C, E, ſimul ita multiplices, vt vna vnius, nempe vt G, ipſius A, & omnes, K, L, M, ſimul omnium B, D, F, ſimul ita multiplices, vt vna vnius, nimirum vt K, ipſius B. Quoniam vero ponitur eſſe A, prima ad B, ſecundam, vt C, tertia ad D, quartam, & vt alia E, tertia ad aliam F, quartam; *b* ſit vt ſi G, multiplex primę deficit a K, multiplice ſecundæ, deficiat quoque H, multiplex tertię ab L, multiplice quartæ, & I, ab M: Et ſi G, ęqualis eſt ipſi K, vel maior, æqualis quoque ſit H, ipſi L, & I, ipſi M, vel maior. Ac proinde ſi G, minor eſt, vel æqualis, vel maior quam K, & omnes G, H, I, ſimul omnibus K, L, M, ſimul minores ſint, vel æquales, vel maiores. *c* Quocirca vt eſt A, prima ad B, ſecundam ita erit A, C, E, tertia ad B, D, F, quartam. Si ſint itaque magnitudines quotcunque proportionales, &c. Quod demonſtrandum erat.

Thee-

a 1. quin. b 6 def. 5. quin. c 6. def. quin.

Theorema 13. Propoſ. 13. Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam; tertia vero ad quartam maiorem rationem habuerit, quam quinta ad ſextam: Prima quoque ad ſecundam maiorem rationem habebit, quam quinta ad ſextam.

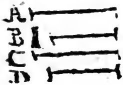


SIt prima A, ad B, ſecundam, vt C, tertia ad D, quartā: ſit autē proportio C, tertiæ ad D, quartā maior, quam E, quintæ ad F, ſextam. Dico, & proportionem A, primæ ad B, ſecundam eſſe maiorem quam E, quintæ ad F, ſextam, ſecundum definitionem 8. hoc eſt, ſumptis æque multiplicibus ipſarum A, E; Item æque multiplicibus ipſarum B, F, cōtingere poſſe, vt multiplex ipſius A, excedat multiplicem ipſius B at multiplex ipſius E, multiplicē ipſius F, non excedat. Sumptis enim G, H, I, æque multiplicibus antecedentium; Et K, L, M, æque multiplicibus conſequentium, cum ſit A, prima ad B, ſecundam, vt C, tertia ad D, quartam; a ſit vt ſi G, multiplex primæ excefferit k, multiplicem ſecundæ, excedat quoque H, multiplex tertiæ ipſam L, mul-

a 6. def. quin.

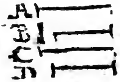
L, multiplicem quartæ, &c. At quando H, excedit ipſam L, *b* non neceſſario I. excedit ipſam M, ſed æqualis aliquando erit, vel minor; quod maior ponatur proportio C, primæ ad D, ſecundam, quam E, tertię ad F, quartam: Igitur ſi G, excedit K, non neceſſario I excedit M. *c* Maior eſt ergo proportio A, primæ ad B, ſecundam, quam E, tertiæ ad F, quartam. Quamobrem ſi prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, &c. Quod oſtendendum erat.

Theor. 14. *Propoſ.* 14. *Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam; Prima vero quam tertia maior fuerit, erit & ſecunda maior quam quarta. Quod ſi prima fuerit æqualis tertiæ, erit & ſecunda æqualis quartæ: Si vero minor, & minor erit.*



SIt enim A, prima ad B, ſecundam, vt C, tertia ad D, quartam. Dico ſi A, maior fuerit quam C, fore quoque B, maiorem quam D. Quod ſi A, æqualis fuerit ipſi C, æqualem quoque eſſe B, ipſi D: Si denique A, minor fuerit quam C, minorem quoque eſſe B, ipſa D. Sit primum A, maior quam C, *a* eritque propterea proportio A, maioris ad B, maior quam C, minoris ad eandem B. Quoniam igitur eſt C, prima ad D, ſecundam, vt A, tertia ad B, quartã; Proportio autẽ A, tertiæ ad B, quartam, maior

ior eſt, vt oſtendimus, quam C, quintæ ad B, ſextam: *b* Maior quoque erit proportio C, primæ ad D, ſecundam, quam C, quintæ ad B, ſextam *c* Minor eſt ergo D, quam B Ideoque B, maior erit quã D. Quod eſt propoſitum.



Sit deinde A. æqualis ipſi C, *d* eritque idcirco A, ad B, vt C, ad B. Quoniam igitur proportiones C, ad D, & C, ad B, eædem ſunt proportioni A, ad B, *e* erunt quoque inter ſe eædem proportiones C, ad D, & C, ad B; *f* Ideoque æquales erunt B, & D, Quod eſt propoſitum.

Sit tertio A, minor quam C; *g* eritque ob hoc maior proportio C, maioris ad B, quam A, minoris ad B, eandem Quoniam igitur eſt C, prima ad D, ſecundam, vt A, tertia ad B, quartam; eſt autẽ proportio A, tertiæ ad B, quartam minor, quam C, quintæ ad B, ſextam; *h* Minor quoque erit proportio C, primæ ad D, ſecundam, quam C, quintæ ad B, ſextam; *i* Ideoque B, minor erit quam D, quod eſt propoſitum. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theo-

Digitized by Google

Theor. 15. Propoſ. 15. Partes cum pariter multiplicibus in eadem ſunt ratione, ſi prout ſibi mutuo reſpondent, ita ſumantur.



SInt partium A, & B, æque multiplices CD, & EF. Dico ita eſſe CD, ad EF, vt A, ad B. Cum enim CD, & EF, ſint æque multiplices ipſarum A, & B, continebitur A, toties in CD, quoties B, in EF. Diuidatur ergo CD, in partes CG, GH, HD, æquales ipſi A, & EF, in partes EI, IK, KF, æquales ipſi B. *a* eritque CG, ad EI, vt A, ad B, quod CG, & A, æquales inter ſe ſint, necnon EI, & B Eadem ratione erit GH, ad Ik, & HD, ad KF, vt A, ad B; *b* ideoque CG, GH, HD, ac EI, Ik, KF, eandem habebunt proportionem. Quocirca vt CG, ad EI, hoc eſt vt A, ad B, *c* ita erit CD, ad EF, nempe omnes CG, GH HD, ſimul ad omnes EI, Ik, KF, ſimul quod eſt propoſitum. Partes itaque cum pariter multiplicibus, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theo-

a 7. quin. b 8 quin. c 12. quin.

Theor.16.Propoſ.16. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint,& viciſsim proportionales erunt.

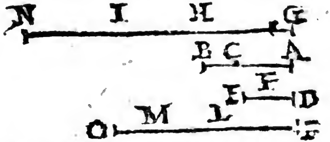


HIc demonſtratur Alterna, ſiue Permutata proportio, ſeu ratio,quæ defin.12. explicata eſt. Sit enim A, ad B, vt C, ad D. Dico viciſſim, ſeu permutando, eſſe quoque A, ad C, vt B, ad D. Sumantur enim ipſarum A, B, primæ ac ſecundæ, æque multiplices E, F, Item ipſarum C,D, tertiæ, & quartæ æque multiplices G,H; *a* eritque E,ad F,vt A,ad B,cum E,& F,ſint pariter multiplices partium A, & B. Eadem ratione erit G,ad H,vt C,ad D.Cum igitur proportiones E, ad F, & G, ad D, ſint eædem proportioni A, ad B,erunt & ipſę *b* inter ſe eędem. Rurſus,quia proportiones E, ad F, & G, ad H, eędem ſunt proportioni C, ad D; *c* erunt & ipſæ eędem inter ſe; hoc eſt, vt eſt E,prima ad F,ſecundam, ita erit G, tertia ad H,quartam. *d* Quare ſi E, prima maior eſt quam G, tertia, vel ęqualis, vel minor, erit quoque F, ſecunda maior quam H, quarta, vel ęqualis, vel minor, in quacunque multiplicatione accepta ſint ęque multiplicia E, F, & ęque multiplicia G, H, *e* Eſt igitur A,prima ad C, ſecundam, vt B, tertia ad

a 15 quin. b 11. quin. c 11. quin. d 14 quin. e 6 vel quin.

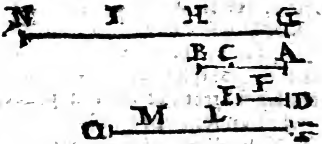
ad D, quartam (cum E, & F, ſint æque multiplices primæ A, ac tertiæ B; At G, & H, æque multiplices C, ſecundæ, & D, quartæ, & illæ ab his vna deficiãt, vel vna ęquales ſint, vel vna excedant, &c.) Quod eſt propoſitum. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & viciſſim proportionales erunt. Quod oſtendendum erat.

Theor. 17. Prop. 17. Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint, hæ quoque diuiſæ proportionales erunt.



HOc loco demonſtrat Euclides Diuiſionem rationis, quam defin. 15, explicauit. Sint enim compoſitæ magnitudines AB, CB, & DE, FE proportionales, hoc eſt ſit AB, ad CB, vt DE, ad FE. Dico & diuiſas eaſdem proportionales eſſe, hoc eſt vt eſt A C, ad C B, ita eſſe D F, ad F E. in eo ſenſu, quem definitione 6. expoſuimus. Ipſarum enim AC, CB, DF, FE, ęque multiplices capiantur codẽ ordine GH, HI, kL, L M; *a* eritq; GI, ita multiplex ipſius A B, vt eſt GH, ipſius A C hoc eſt, vt kL, ipſius D F, Sed vt eſt multiplex K L, ipſius D F *b* ita quoque multiplex eſt KM ipſius DE,

æque multiplices, ergo ſunt G I, k M, ipſarum



AB,DE. Capiantur rurſus IN, MO,æque multiplices ipſarum CB,FE. Quoniam igitur ſic eſt multiplex HI,prima ſecundæ CB,vt L M. tertia quartæ FE.Item tam eſt multiplex IN, quinta ſecundæ CB, quã multiplex eſt MO, ſexta quartæ FE,*c* erit & HN, ſic multiplex ſecundæ C B, vt LO, multiplex eſt quartæ FE Itaque cum ſit AB, prima ad CB, ſecundam, vt DE,tertia ad FE,quartam; ſumptæque ſint æque multiplices GI,K M,primæ ac tertiæ AB,DE: Item ſecundæ,& quartæ CB, FE, æque multiplices HN, LO, *d* fit vt ſi GI, multiplex primæ AB deficit ab HN,multiplice ſecundæ CB,etiã kM, multiplex tertiæ DE,deficiat ab LO,multiplice quartæ FE;& ſi æqualis,æqualis;& ſi excedit,excedat: Quod ſi deficiat tam GI,ab HN,quã KM,ab LO,ablatis cõibus HI,LM,deficiet quoque GH ab IN, & KL,ab MO. Et ſi GI,æqualis fuerit ipſi HN,& KM,ipſi LO, ablatis cõibus HI,LM,erit,& GH,æqualis ipſi IN,& kL,ipſi MO. Et ſi deniq; GI,exceſſerit ipſam HN,& KM,ipſam LO,ablatis cõibus HI,LM,excedet quoque

que

que GH, ipſam IN, & K L, ipſam M O. Quā ob rem cū GH, KL, ſumptæ ſint æque multiplices primæ A C, & tertiæ DF: Item IN, MO, æque multiplices ſecundæ CB, & quartæ FE, oſtenſumq; ſit, (in quacūq; multiplicatione illæ ęque multiplices fuerint acceptæ) æque multiplices primæ, & tertiæ ab æque multiplicibus ſecundæ & quartæ, vel vna deficere, vel æquales eſſe, vel vna excedere; *e* Erit AC, prima ad CB, ſecundā, vt DF, tertia ad FE, quartā. qđ eſt ꝓpoſitū. Si compoſite igitur magnitudines proportionales fuerint, &c. Quod oſtendendum erat.

Theorema 18. *Propoſitio* 18. *Si diuiſæ magnitudines ſint proportionales, hæ quoq; cōpoſitæ proportionales erunt.*



DEmonſtrat hoc loco Euclides compoſitionem rationis, quā definitione 14. deſcripſit. Sint. n. diuiſæ magnitudines AB, BC, & DE, EF, proportionales, hoc eſt, A B, ad BC, vt D E, ad E F, Dico & cōpoſitas proportionales eſſe, hoc eſt vt eſt AC, ad BC, ita eſſe DF, ad EF. Si enim non eſt, vt AC, ad BC ita DF, ad EF, habebit DF, ad aliquā magnitudinē minorē ipſa EF vel maiorem, eandē ꝓportionē, quā AC, ad BC. Habeat primum DF, ad GF, mi-

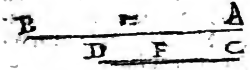
e 6. def. quin.

norem ipſa E F. ſi fieri poteſt, eandem proportionem, quam AC, ad B C. Quoniam igitur eſt, vt A C, ad BC, ita DF, ad GF; *a* erit diuidendo quoque, vt AB, ad BC, ita DG, ad G F: Sed vt AB, ad BC, ita poſita quoque eſt DE, ad EF *b* Igitur erit etiam, vt DG, prima ad G F, ſecundam, ita DE tertia ad E F, quartam. Cum ergo DG, prima maior ſit quàm D E, tertia, *c* erit quoque GF, ſecunda maior quàm E F, quarta, pars quàm totum. Quod eſt abſurdum.

Habeat deinde, ſi fieri poteſt, DF, ad HF, maiorem ipſa EF, eandem proportionem, quam AC, ad B C. Quoniam igitur eſt, vt AC, ad BC, ita D F, ad HF; *d* erit diuidendo quoque vt AB, ad BC, ita DH, ad HE. Sed vt AB, ad BC, ita poſita etiam eſt D E, ad E F. *e* Igitur erit quoque, vt D H, prima ad HE, ſecundam, ita DE, tertia ad E F, quartam. Cum ergo DH, prima minor ſit quàm DE, tertia, fuerit quoque H F, ſecunda minor quàm EF, quarta, totum quàm pars. quod eſt abſurdum. Non igitur habebit DF, ad minorem ipſa EF, aut ad maiorem, eandem proportionem, quam AC, habet ad B C. Ergo DF, ad ipſam E F, erit, vt AC, ad B C. quod eſt propoſitum. Itaque ſi diuiſę magnitudines ſint proportionales, &c. Quod demonſtrandum erat.

Theo-

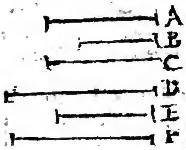
Theor. 19. Propoſ. 19. Si quemadmodum totum ad totum, ita ablatum ſe habuerit ad ablatum: & reliquum, ad reliquum vt totum ad totum ſe habebit.



QVod in propoſ. 5. demonſtratũ eſt de multiplici ꝓportione hoc loco de omni proportione, ẽt irrationali demonſtratur. Sit enim tota A B, ad totam CD, vt ablata AE, ad ablatam CF. Dico & reliquam EB, eſſe ad reliquam FD, vt eſt tota AB, ad totam CD. Cum enim ſit A B, ad CD vt AE, ad CF, *a* erit & permutando A B, ad AE, vt CD, ad C F. *b* Diuidendo ergo erit EB, ad AE, vt FD, ad CF. *c* Quare permutando rurſus erit EB, ad FD, vt AE, ad CF, hoc eſt, vt tota AB, ad totam CD. cum poſita ſit AB, ad CD, vt AE, ad C F. Si igitur quemadmodum totum ad totum, &c. Quod demonſtrandum erat.

Theorema 20. Propoſitio 20. Si ſint tres magnitudines & aliæ ipſis æquales numero quæ binæ, & in eadem ratione ſumantur; ex æquo autem prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta, quam ſexta, maior. Quod ſi prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis ſexta: ſin illa minor, hæc quoque minor erit;

a 16. quin. b 17. quin. c 16. quin.



SInt tres magnitudines A, B,C,& totidem D,E,F,ſitque A, ad B,vt D,ad E,& B,ad C, vt E, ad F, ſit autem primũ A,prima maior quã C,tertia. Dico, & D, quartam eſſe maiorem F,ſexta. Cum enim A, maior ſit quam C, *a* erit maior proportio A,ad B,quam C,ad B. Eſt autem vt A, ad B, ita ad D, ad E, *b* Maior igitur proportio quoque erit D,ad E,quam C, ad B. At vt C, ad B, ita eſt F,ad E. (Cum .n. ſit B,ad C,vt E,ad F, erit conuertendo vt C,ad B, ita F,ad E) Maior igitur quoque proportio erit D,ad E, quam F,ad E *c* Quare D, maior erit, quam F. Quod eſt propoſitum.

Sit deinde A, æqualis ipſi C. Dico, & D,æqualẽ eſſe ipſi F. Cum enim A, ſit ipſi C, æqualis, *d* erit A, ad B, vt C,ad B. Eſt aũt vt A, ad B, ita D, ad E. Igitur erit & D,ad E, vt C,ad B: At vt C, ad B, ita eſt F, ad E, per inuerſam rationem, vti prius. Quare erit quoque D, ad E,vt F, ad E; *e* Ideoque æquales erunt D, & E. Quod eſt propoſitum.

Sit tertio A, minor quam C. Dico & D, minorẽ eſſe, quam F. Cum .n. A,minor ſit quã C, *e* erit minor proportio A,ad B, quam C,ad B. Sed vt A, ad B,ita eſt D,ad E. *f* Minor ergo quoq; proportio eſt D,ad E, quam C, ad B. Eſt autem conuertendo, vt prius, vt C,ad B, ita F, ad E. Igitur minor eſt quoque

a 8. quin. *b* 13 quin. *c* 10. quin. *d* 7 quin. *e* 9. qui, *f* 8 quin.

que proportio D, ad E, quam F, ad E, proptereaq; D, minor erit quam F. Quod eſt propoſitum. Si ſint itaque tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, &c.

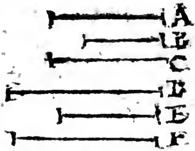
Theor. 21. Propoſ. 21. Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ binæ, & in eadem ratione ſumantur, fueritque perturbata earum proportio; ex æquo autem prima, quam tertia maior fuerit: erit & quarta, quam ſexta maior. Quod ſi prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis ſextæ; ſin illa minor, hæc quoque minor erit.

SInt tres magnitudines A B, C, & totidem D, E, F, quæ binæ, & in eadem rationem ſumantur; ſitque earum proportio perturbata, hoc eſt, ſit vt A, ad B, ita E, ad F, & vt B, ad C, ita D, ad E Sit autem primum A, prima maior, quam C, tertia Dico & D quartam eſſe maiorem ſexta F. Cum enim A, maior ſit quam C, *a* erit maior proportio A, ad B, quam C ad B. Eſt autem, vt A, ad B, ita E, ad F. *b* Maior ergo quoque proportio eſt E, ad F, quam C, ad B. Quoniam vero vt B, ad C, ita eſt D, ad E erit conuertendo vt C, ad B, ita E, ad D. Quare maior quoque erit proportio E, ad F, quam E, ad D, *c* Ideoque maior erit D, quam F. Quod eſt propoſitum.

Sit deinde A, ipſi C, æqualis. Dico D, quoque ipſi F, eſſe æqualem. Cum enim A, ſit æqualis ip-

ſi C, *d* erit A, ad B, vt C, ad B: Sed vt A. ad B, ita eſt E, ad F. *e* Igitur erit vt C, ad B, ita E, ad F: Eſt autem ex inuerſa ratione, vt C, ad B, ita E, ad D, veluti prius. Igitur erit quoque vt E, ad F, ita E, ad D; *f* atque idcirco D, ipſi F, æqualis erit. Quod eſt propoſitum.

Sit tertio A, minor, quam C. Dico, & D, minorem eſſe quam F. Cum enim A, ſit minor quam C, *g* erit minor proportio A, ad B quam C, ad B: Vt autem A, ad B, ita eſt E, ad F. *h* Minor eſt ergo proportio E, ad F quam C, ad B. Quoniam vero, vt ante, ex inuerſa ratione eſt vt C, ad B, ita E, ad D; erit quoque minor proportio E, ad F, quam E, ad D, ac propterea D, minor erit quam F, quod eſt propoſitum. Si igitur ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, &c. Quod oſtendendum erat.



Theor. 22. Prop. 22. Si ſint quotcunq; magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, quæ bina in eadem ratione ſumantur: Et ex æqualitate in eadem ratione erunt.

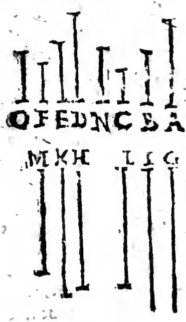
IAm hic demonſtrat Euclides modum argumentandi in proportionibus ex æqualitate quando proportio eſt ordinata. Sint enim primum tres magnitu-

gnitudines A,B,C,& aliæ tres D,E,F: ſitq; A,ad B, vt D, ad E:& B,ad C, vt E, ad F.Dico quoque ex æqualitate eſſe A, ad C vt D,ad F. Sumptis enim ipſarum A, D, æque multiplicibus G, H. Item ipſarum B,E,I, k, & ipſarum C, F, L, M: cũ ſit A, prima ad B, ſecundã, vt D, tertia ad E, quartam, *a* erit quoq; G, multiplex primæ A, ad I, multiplicẽ ſecũdæ B. vt H, multiplex tertiæ D,ad K, multiplicẽ quartæ E. Eadẽ ratione, cũ ſit B,prima ad C, ſecundã, vt E tertia ad F, quartã; *b* erit I,multiplex primæ B,ad L, multiplicẽ ſecũdæ C, vt K,multiplex tertiæ E,ad M,multiplicẽ quartæ F. Quoniã igitur ſunt tres magnitudines G,I,L, & aliæ tres H,K,M, quæ binæ in eadẽ proportione ſumuntur; *c* fit vt ſi G, prima ſuperat tertiã L, ſuperet neceſſario quoq; H,quarta ſextã M; Et ſi æqualis, æqualis; Et ſi deficit deficiat. Itaque cũ G,H, æque multiplices primæ A,& tertiæ D, vel deficiant vna ab L,M,æquemultiplicib. ſecũdæ C, & quartæ F,vel vna æquales ſint,vel vna excedat: in quacũq; multiplicatione ſumpta ſint ea multiplicia; erit A, prima



a 4. quin. *b* 4. quin. *c* 10. quin.

prima ad C, ſecundam, vt D, tertia ad F, quartam. Quod eſt propoſitum.



Deinde ſint plures magnitudines tribus ita vt ſit etiam C, ad N vt F, ad O. Dico adhuc eſſe, vt A, ad N, ita D, ad O. Cum enim iam ſit oſtenſum in tribus magnitudinibus, eſſe A, ad C, vt D, ad F: ponatur autem C, ad N, vt F, ad O, erunt tres magnitudines A, C, N, & aliæ tres D, F, O, quæ binæ in eadem ratione ſumuntur. Ergo ex æqualitate in tribus magnitudinibus oſtenſa, rurſus erit, vt A, ad N, ita D, ad O. Eodemq; modo idem oſtendetur in quinque magnitudinibus, per quatuor; ſicut id in quatuor demonſtratum fuit per tres; & ſic de pluribus. Itaque ſi ſint quotcunque magnitudines, &c. Quod erat oſtendendum.

Theor. 23. Propoſ. 23. Si ſint tres magnitudines, aliæq; ipſis æquales numero, quæ binæ in eadem ratione ſumantur, fuerit autem perturbata earum proportio: Etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

DEmonſtratur hic ratio ex æqualitate, quando proportio eſt perturbata. Sint enim tres magni-

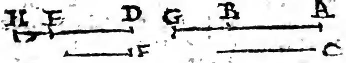
gni-

gnitudines A,B,C,& aliæ tres D,E,F, ſitque perturbata earum proportio,hoc eſt, ſit vt A,ad B,ita E,ad F; & vt B,ad C, ita D,ad E. Dico quoque ex æqualitate eſſe,vt A,ad C. ita D, ad F. Sumptis enim ipſarum A,B,D, æque multiplicibus G,H, I; Item ipſarum C, E, F, æquemultiplicibus K, L, M, ; *a* Erit vt A, ad B, ita G,ad I, cum G, I, ſint ipſarum A, B, æquemultiplices: At vt A, ad B, ita eſt E. ad F; *b* Igitur vt G, ad I. ita quoque eſt E,ad F; *c* Sed vt E, ad F, ita eſt quoque K, ad M; quod K,M, ſint ipſarum E, F, æquemultiplices. *d* Igitur erit quoque vt G, ad I,ita k,ad M. Rurſus quoniam eſt B, prima ad C, ſecundam, vt D, tertia ad E, quartam; *e* erit quoque vt I, multiplex primæ B, ad L, multiplicem ſecundæ C, ita H, multiples tertiæ D. ad K, multiplicem quartæ E. Quia igitur ſunt tres magnitudines G I,L,& aliæ tres H,K,M,quæ binæ in eadem ratione ſumuntur, eſtque earum proportio perturbata; cum oſtenſum. ſit eſſe vt G, ad I,ita K, ad M: Et vt H, ad K. ita I,ad L; *f* ſit vt ſi G, prima ſuperat tertiam L, ſuperet quoque quarta H, ſextam M; & ſi æqualis, æqualis; & ſi deficit, deficiat. Itaq; cum G,& H,æquemultiplices primæ A,& tertiæ D,ab L & M, æquemultiplicibus ſecundæ C,& quartæ F,vel vna deficiant,vel vna æquales ſint,vel vna excedãt; *g* erit vt A prima ad C, ſecũdã,ita D, tertia ad F,quartã.quod eſt propoſitũ. Itaque ſi ſint tres magnitudines, &c. Quod demonſtrandũ erat.

Theo-

Theorema 24. Propoſitio 24. Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, habuerit autem & quinta ad ſecundam eandem rationem, quam ſexta ad quartam: etiam compoſita prima cum quinta, ad ſecundam eandem habebit rationem, quam tertia cum ſexta, ad quartam.

QVod propoſitione 24. demonſtrauit Euclides de ſola proportione multiplici, demonſtrat



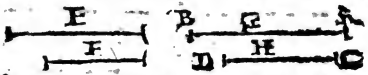
hoc loco de omni proportione, etiam irrationali. Sit. n. AB, prima ad C, ſecundã, vt DE, tertia ad F, quartã; Item BG, quinta ad C, ſecundã, vt EH, ſexta ad F, quartã. Dico ita eſſe AG, compoſitam ex prima ac quinta, ad ſecundam C, vt eſt DH, compoſita ex tertia, & ſexta, ad quartam F. Cum enim ſit vt BG, ad C, ita EH, ad F; erit conuertendo vt C, ad BG, ita F, ad EH. Quoniam igitur eſt AB, ad C, vt DE, ad F, & C ad BG vt F, ad FH, *a* erit ex æquali AB, ad BG, vt DE ad EH. *b* Componendo igitur erit vt tota AG, ad BG, ita tota DH, ad EH. Itaque cum rurſus ſit AG, ad BG, vt DH, ad EH; & BG, ad C, vt FH, ad F: *c* erit ex æquali AG, ad C, vt DH, ad F. quod eſt

a 22 quin. b 18 quin. c 22 quin.

eſt propoſitum. Si prima, igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem. &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 25. propoſitio 25. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: maxima, & minima reliquis duabus maiores erunt.

SIt enim AB, ad CD, vt E, ad F, ſitque AB, omniũ maxima, & F, minima. Dico duas A B, & F,

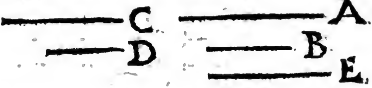


ſimul eſſe maiores duabus CD, & E, ſimul. Auferatur enim ex A B, magnitudo AG. æqualis ipſi E; & ex CD, alia CH æqualis ipſi F. Erit igitur AG, ad C H, vt E, ad F, hoc eſt, vt AB, ad CD. Quare cum ſit tota AB, ad totam CD, vt ablata AG, ad ablatam CH: *a* erit quoque vt tota AB, ad totam CD, ita reliqua G B ad reliquam H D: Eſt autem AB, (cum ſit omnium maxima) maior quam C D. Igitur, & G B, maior erit quam H D. Quoniam vero A G, & E, æquales ſunt; ſi ipſis addantur æquales F, & C H, nimirum F, ipſi AG, & CH, ipſi E; fient A G, & F, ſimul æquales ipſis E, & C H, ſimul. Additis igitur inæqualibus G B, & H D, fient A B, & F, ſimul maiores quam E, & C D, ſimul cum G B, ſit maior quam H D. Quod eſt propoſitum. Si ergo quatuor magni-

gnitudines proportionales fuerint. &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor.26.Propoſ.26. Si prima ad ſecundam habuerit maiorem proportionem quam tertia ad quartam: habebit conuertendo ſecunda ad primam minorem proportionem, quam quarta ad tertiam.

Habeat enim A, ad B, maiorem proportionẽ, quam C, ad D. Dico proportionem B, ad A,



minorem eſſe proportione D, ad C. Intelligatur .n. eſſe E, ad B, vt C, ad D; eritque proportio A, ad B, maior quoque quam F, ad B; *a* ac propterea A maior erit quam E. *b* Quare minor erit proportio B, ad A, maiorem, quam B, ad E, minorem: Sed vt eſt B, ad E, ita eſt conuertendo D, ad C. Igitur proportio B, ad A, minor eſt quoque, quam *D*, ad C. Quod eſt propoſitum.

Theor.27.Propoſ.27. Si prima ad ſecundam habuerit maiorem proportionem, quam tertia ad quartam: Habebit quoque viciſſim prima ad tertiam maiorem proportionem, quam ſecunda ad quartam.

Habeat enim A, ad B, maiorem proportionem, quam C, ad D. Dico permutando maiorem eſſe

eſſe quoque proportionem A, ad C, quam B, ad D. Intelligatur namque eſſe E, ad B, vt C, ad D, eritque proportio A, ad B, maior etiam quam E, ad B: a Ideoque A, maior erit quam E. b Quare maior erit proportio A, ad C, quam E, ad C. c Quoniam vero permutando eſt, vt E, ad C, ita B, ad D. (cum poſita ſit E, ad B, vt C, ad D.) Igitur proportio A, ad C, maior quoque erit quam B, ad D. Quod eſt propoſitum.

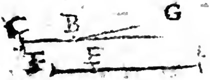
Theorema 28. Propoſitio 28. Si prima ad ſecundam habuerit maiorem proportionem quam tertia ad quartã: Habebit quoque compoſita prima cum ſecunda, ad ſecundam maiorem proportionem, quam compoſita tertia cum quarta, ad quartam.

Sit maior proportio AB, ad BC, quam DE, ad EF. Dico & componendo maiorem eſſe proportionem AC, ad BC, quam DF, ad EF. Intelligatur enim eſſe GB, ad BC, vt DE ad EF; eritque proportio AB, ad BC, maior quoque, quam GB, ad BC; a Ideoque AB maior quam GB Addita ergo communi BC; fiet AC, maior quam GC, b maiorque propterea erit proportio AC, ad BC, quam GC, ad BC. Sed componendo, c vt eſt GC, ad BC, ita eſt DF, ad EF. (quod poſita ſit GB, ad BC, vt DE, ad EF.) Maior ergo etiam erit proportio AC, ad BC, quam DF, ad EF. Quod eſt propoſitum.

Theo-

a 10 quin. b 8 quin. c 16 quin. a 10 quin. b 8 qui. c 18 quin.

Theor. 29. Propoſ. 29. *Si compoſita prima cum ſecunda ad ſecundam maiorem habuerit proportionem, quam compoſita tertia cum quarta ad quartam: Habebit quoque diuidendo prima ad ſecundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.*

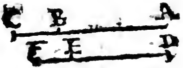


SIt maior proportio AC, ad BC. quam DF, ad EF. Dico & diuidendo maiorem eſſe proportionē AB, ad BC, quam DE, ad EF. Intelligatur enim eſſe GC, ad BC, vt DF, ad EF, eritque proportio AC, ad BC, maior quoque proportione GC, ad BC: *a* ideoque maior erit AC, quam GC. Ablata ergo communi BC: maior erit AB quam GB *b*: Ac propterea maior erit proportio AB, ad BC, quam GB, ad BC. *c* Sed diuidendo, vt eſt GB, ad BC, ita eſt DE, ad EF. (Poſita namque eſt GC, ad BC, vt DF, ad EF.) Igitur maior quoque erit proportio AB, ad BC, quam DE, ad EF. Quod eſt propoſitum.

Theorema 30. Propoſitio 30. *Si compoſita prima cum ſecunda, ad ſecundam habuerit maiorem proportionem, quam compoſita tertia cum quarta, ad quartam: Habebit per conuerſionem rationis, prima cum ſecunda ad primam, minorem proportionem quam tertia cum quarta, ad tertiam.*

Sit

Digitized by Google

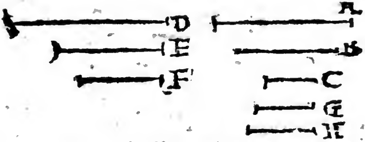


Sit maior proportio AC, ad BC, quam DF, ad EF. Dico per conuerſionem rationis, minorem eſſe proportionem AC, ad AB, quam DF, ad DE. Cum enim ſit AC, ad BC, maior proportio, quam DF, ad EF; *a* erit & diuidendo, maior proportio AB, ad BC, quam DE, ad EF. *b* Quare conuertendo, minor erit proportio BC, ad AB, quã EF, ad DE; *c* Ac propterea, & componendo, minor erit proportio totius AC, ad AB, quam totius DF, ad DE. Quod eſt propoſitum.

Theorema 31. Propoſitio 31. Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, ſitque maior proportio primæ priorum ad ſecundam quam primæ poſteriorum ad ſecundam; Item ſecundæ priorum ad tertiam maior, quam ſecundæ poſteriorum ad tertiam: Erit quoque ex æqualitate maior proportio primæ priorum ad tertiam, quam primæ poſteriorum ad tertiam.

Sint tres magnitudines A, B, C, & aliæ tres D, E, F, ſitque maior proportio, A, ad B, quã D, ad E: Itẽ maior B, ad C, quã E, ad F Dico ex æqualitate maio-
M rem

a 20. quin. b 25. quin. c 28. quin.



rem quoq; eſſe A, ad C, quam D, ad F. Intelligatur enim eſſe G, ad C, vt E, ad F; eritque propterea proportio B, ad C; maior, quam G, ad C; *a* Ideoque B, maior erit quam G. Quare *b* maior erit proportio A, ad G, minorem, quam A, ad B, maiorem: Ponitur autem proportio A, ad B, maior quam D, ad E. Multo ergo maior erit proportio A, ad G, quam D, ad E Intelligatur rurſus eſſe H ad G, vt D, ad E; eritque propterea maior proportio A. ad G, quam H, ad G; *c* Ideoq. A, maior erit, quam H. *d* Quare maior quantitas A, ad C, habebit maiorem proportionem, quam minor quantitas H, ad eandem C: *e* Atqui vt H, ad C, ita eſt, ex æqualitate, D, ad F. (quoniam vt D, ad E, ita eſt H, ad G; & vt E, ad F, ita G, ad C.) Maior ergo proportio quoque erit A, ad C, quam D, ad F. Quod eſt propoſitum.

Theor. 32. Propoſ. 32. Si ſint tres magnitudines, & alia ipſis æquales numero, ſitque maior proportio prima priorum ad ſecundam, quam ſecunda poſteriorum ad tertiam; Item ſecunda priorum ad tertiam maior,

quam

quam primæ poſteriorum ad ſecundam: Erit quoque ex æqualitate, maior proportio primæ priorum ad tertiam, quam primæ poſteriorum ad tertiam.

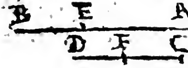
Sint tres magnitudines A, B, C, & aliæ tres D, E, F, ſitque maior proportio A, ad B, quam E, ad F. Item maior B, ad C, quam D, ad E. Dico eſſe quoque maiorem proportionem ex æqualitate A, ad C, quam D, ad F. Intelligatur enim eſſe G, ad C, vt D, ad E. eritque propterea proportio B, ad C, maior quam G, ad C. *a* Ideoque maior erit B, quam G. *b* Quare maior erit proportio A, ad G, minorem, quã eiuſdem A, ad B, maiorem; Eſt autem proportio A, ad B, maior quam E ad F. Multo ergo maior eſt proportio A, ad G quam E, ad F. Intelligatur rurſus eſſe H, ad G, vt E, ad F; Eritque propterea maior proportio A, ad G, quam H, ad G; *c* ideoque maior erit A, quam H. *d* Quocirca A, maior ad C, maiorem habebit proportionem, quam H, minor ad eandem C: *e* At vt H, ad C, ita eſt ex æqualitate D, ad F. (Quoniam vt D, ad E, ita eſt G, ad C: & vt E, ad F, ita eſt H, ad G.) Maior ergo etiam eſt proportio A, ad C, quam D, ad F. Quod eſt propoſitum.

Theor. 33. Propoſ. 33. Si fuerit maior proportio totius ad totum, quam ablati ad ablatum: Erit, & reliqui ad reliquum maior proportio, quam totius ad totum.

Sit maior proportio totius A B, ad totam C D, quam ablatæ AE, ad ablatam C F. Dico & pro-

M 2 por-

a 10. quin. b 8. quin. c 10 quin. d 8. quin. e 23 quin.

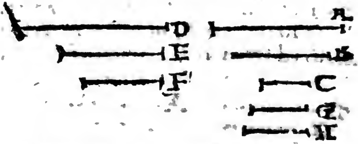


portionem reliquæ E B, ad reliquam FD, maiorem eſſe quam totius A B, ad totam CD. Cum .n. maior ſit proportio AB, ad CD, quam AE, ad CF; *a* erit quoque permutando, maior proportio AB, ad AE, quam C D, ad C F; *b* ac propterea, per conuerſionem rationis, minor erit proportio A B, ad EB, quam CD, ad FD. *c* Permutando igitur, minor quoque erit proportio AB, ad CD, quam EB, ad FD, hoc eſt, EB, reliqua ad reliquam FD, maiorem habebit proportionē, quam tota AB, ad totā C D. Quod eſt propoſitū.

Theorema 34. Propoſitio 34. Si ſint quotcunque magnitudines, & aliæ ipſis æquales numero, ſitque maior proportio prima priorum ad primam poſteriorum, quam ſecunda ad ſecundam; & hæc maior, quam tertia ad tertiam, & ſic deinceps: Habebunt omnes priores ſimul ad omnes poſteriores ſimul, maiorem proportionem; quam omnes priores, relicta prima, ad omnes poſteriores, relicta quoque prima; minorem autem, quam prima priorum ad primam poſteriorum; maiorem denique etiam, quam vltima priorum ad vltimam poſteriorum.

SInt primum tres magnitudines A, B, C, & aliæ tres D, E, F, Sit autem maior proportio A, ad D; quam B, ad E; Item maior B, ad E, quam C, ad F Dico proportionem ipſarum A, B, C, ſimul ad ipſas D, E, F, ſimul maiorem eſſe proportione ipſarum, B, C, ſimul

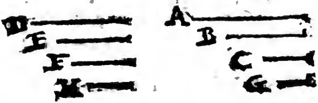
a 27. quin. b 30. quin. c 27. quin.



ſimul ad ipſas E,F,ſimul;minorem vero,proportione A,ad D;maiorem denique etiam proportione C, ad F. Cum enim maior ſit proportio A, ad D,quam B, ad E; *a* erit permutando maior A,ad B quam D, ad E,*b* Igitur componendo,maior erit proportio ipſarum A,B, ſimul ad B,quã ipſarũ D,E,ſimul ad E ; *c* Permutando ergo rurſus,maior erit proportio A,B, ſimul ad D,E,ſimul,quam B,ad E. Itaque cũ tota A, B, ad totam D,E, maiorem habeat proportionẽ, quã ablata B,ad ablatam E;*d* habebit quoque reliqua A, ad reliquam D,maiorem proportionem,quã tota A, B,ad totam D,E. Eadem ratione,maior erit proportio B,ad E,quã totius B,C,ad totam E,F:Multo ergo maior erit proportio A, ad D, quã B,C,totius ad totam E, F. *e* Permutando igitur, maior erit proportio A,ad B,C,quã D,ad E,F; *f* & componendo ergo maior eſt proportio totius A,B,C,ad B,C, quam totius D,E,F, ad E,F. *g* Et rurſus permutando, maior proportio omnium A,B,C, ſimul ad omnes D,E,F, ſimul quam B,C, ad E, F. quod eſt primum.

a 27.quin. b 28 quin c 27 qui d 33 quin. e 27. quin. f 28. quin. g 27. quin.

Itaque ſit maior proportio totius A,B,C,ad totam D, E, F, quam ablatæ B,C,ad ablatam E, F, *h* erit & maior proportio reliquæ A, ad reliquam D , quam totius A,B,C, ad totam D,E,F, quod eſt ſecundum.



Quoniam vero maior eſt proportio B, ad E, quam C, ad F; *i* erit permutando maior quoque B, ad C, quam E, ad F; *k* & componendo, maior totius BC, ad C, quam totius E,F, ad F: *l* & rurſus permutando, maior B,C, ad E,F, quam C,ad A, F. Eſt autem maior proportio A, B,C,ad D,E, F, vt oſtendimus, quam B,C,ad E,F. Multo ergo maior erit proportio omnium A,B,C, ad omnes D,E,F, quam vltimæ C, ad vltimam F, quod eſt tertium.

Deinde ſint quatuor magnitudines vtrobique cũ eadem hypotheſi, hoc eſt, ſit quoque maior proportio tertiæ C, ad F, tertiam, quam G , quartæ ad H. quartam. Dico eadem conſequi. Vt enim iam in tribus eſt oſtenſum, maior eſt proportio B . ad E , quam B,C,G, ad E, F H. Multo ergo maior erit A, ad D, quam B,C,G. ad E, F, H; *a* Permutando ergo minor erit A, ad B,C,G, quam D, ad E,F,H, *b* & cõ-

ponen-

h 13. quin. *i* 27 quin. *K* 28. quin. *l* 27 quin. *a* 27. quin *b* 28. quin.

Digitized by Google

ponendo maior A,B,C,G, ad B,C,G, quam D,E,F,H, ad E,F,H, & permutando A, B, C, G, ad D, E, F, H, maior quam B,C,G, ad E,F,H. quod eſt primum.

Itaque cum ſit maior proportio totius A,B,C, G, ad totam D,E,F,H, quam ablatæ B,C,G, ad ablatam E,F,H, erit & reliquæ A, ad reliquam D maior proportio, quam totius A,B,C,G, ad totam D, E, F, H. quod eſt ſecundum.

Quoniam vero, vt in tribus eſt demonſtratum, maior eſt proportio B, C, G. ad E, F, H, quam G, ad H; & maior A,B,C,G, ad D,E,F, H, quam B, C, G, ad E,F,H, vt fuit oſtenſum; multo maior erit proportio A, B, C, G, ad D,E, F,H; quam vltimæ G, ad vltimam H; quod eſt tertium.

Eadem arte concludes, eadem conſequi in quinque magnitudinibus per quatuor, & in ſex per quinque, & in ſeptem, per ſex, &c. quemadmodum oſtendimus in quatuor, per tres. Conſtat ergo totum Theorema, &c.

Finis Elementi quinti.

Digitized by Google

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER SEXTVS.

DEFINITIONES.

1. Similes figuræ rectilineæ ſunt, quæ & angulos ſingulos ſingulis æquales habent, atque etiam latera, quæ circum angulos æquales, proportionalia.

2 Reciprocæ autem figuræ ſunt, cum in vtraque figura antecedentes, & conſequentes rationum termini fuerint.

3 Secundum extremam, & mediam rationem recta linea ſecta eſſe dicitur, cum vt tota ad maius ſegmentum, ita maius ad minus ſe habuerit.

4 Altitudo cuiuſque figuræ eſt linea perpendicularis à vertice ad baſin deducta.

5 Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates inter ſe multiplicatæ, aliquam effecerint rationem.

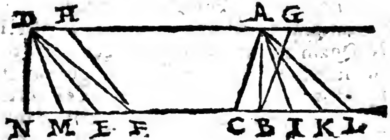
6 Parallelogrammum ſecundum aliquam rectam lineam applicatum, deficere dicitur parallelogrammo, quando non occupat totam lineam.

Exce-

Excedere vero, quando occupat maiorem lineam quam ſit ea, ſecundum quam applicatur: ita tamem, vt parallelogrammum deficiens, aut excedens eandem habeat altitudinem, cum parallelogrammo applicato, conſtituatque cum eo totum vnum parallelogrammum.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

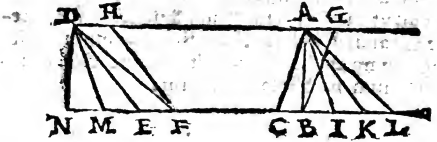
Triangula, & parallelogramma, quorum eadem fuerit altitudo, ita ſe habent inter ſe, vt baſes.



SInt duo triangula ABC, DEF, eandem habentia altitudinem, quorum baſes B C, E F. Item duo parallelogramma CG, EH eiuſdem altitudinis, quorum eædem baſes BC, EF. Dico ita eſſe triangulũ A BC, ad triangulum DEF, & parallelogrammũ CG, ad parallelogrammũ E H, vt eſt baſis BC, ad baſin E F. Collocentur .n. tã triangula, quã parallelogramma inter eaſdẽ parallelas GH, LN, & ex BL, ſumantur

quot-

quotcunque rectæ BI, IK, kL, ipſi BC, æquales; Item



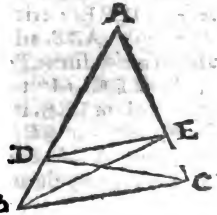
ex FN, abſcindantur quotcunque rectæ F M, M N, æquales rectæ E F: Deinde ex A, & D, deducantur rectæ AI, Ak, AL, DM, DN. *a* Erunt igitur triangula ABC, AIB, AKI, ALK, ſuper æquales baſes, & inter eaſdem parallelas conſtituta, inter ſe æqualia. Eadem ratione æqualia erunt triangula DEF, DFM, DMN. Quam multiplex eſt ergo recta CL, rectæ B C tam multiplex quoque erit triangulum A C L, trianguli A B C; & quam multiplex eſt recta E N, rectæ E F, tam quoque multiplex erit triangulum DEN, trianguli DEF, quia in tot triangula æqualia ſunt diuiſa tota triangula ACL, D E N, in quot rectas æquales ſectæ fuerunt totæ rectæ CL, EN. Quoniam vero ſi baſis CL æqualis fuerit baſi EN, *b* neceſſario triangulum A C L, æquale eſt triangulo D EN, ac proinde ſi C L, maior fuerit quam E N. neceſſario ACL, maius eſt quam DEN, & ſi minor, minus; deficient propterea vna CL, recta, & triangulum ACL, æque multiplicia primæ magnitudinis B C, &

a 38. pri. *b* 38 pri.

C,& tertiæ ABC, ab EN, recta triangulo DEN. æque multiplicibus ſecundæ EF, & quartæ DEF, vel vna æqualia erunt, vel vna excedent, ſi ea ſumantur quæ inter ſe reſpōdent. *a* Quare quæ proportio eſt primæ BC, ad ſecundam EF, baſis ad baſim, ea eſt tertiæ ABC, ad quartam DEF, trianguli ad triangulum. Sicut igitur baſis ad baſin, ita eſt triangulum ad triangulum, quod eſt propoſitum.

Quoniā autem *b* vt triangulū ABC, ad triangulū DEF. ita eſt parallelogrammum CG, (*c* quod duplū ēſt trianguli ABC.) ad parallelogrammum EH, (*d* quod eſt duplum trianguli DEF) perſpicuum eſt *e* ita quoque eſſe parallelogrammū ad parallelogrāmū, vt eſt baſis ad baſin. Quod erat demonſtrandū.

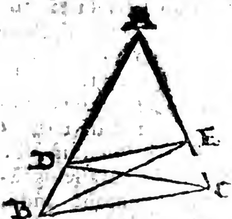
Theor. 2. Propoſ. 2. *Si ad vnum trianguli latus parallela ducta fuerit recta quædam linea, hæc proportionaliter ſecabit ipſius trianguli latera. Et ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint, quæ ad ſectiones adiuncta fuerit recta linea, erit ad reliquum ipſius trianguli latus parallela.*



IN triangulo ABC. ducatur primum recta DE. parallela lateri BC. Dico latera AB. AC, ſecta eſſe proportionaliter in D. & E, hoc eſt, eſſe vt AD. ad DB. ita AE. ad EC.

Ductis

Ductis enim rectis CD, BE, *a* erunt triangula DEB, DEC, ſuper eandem baſin DE, & inter eaſdem parallelas DE, BC, conſtituta, inter ſe æqualia. *b* Quare vt triangulum ADE, ad triangulum DEB, ita eſt triangulum idem ADE, ad triangulum DEG: *c* Atqui vt triangulum ADE, ad triangulum DEB, ita eſt baſis AD, ad baſin DB; (cũ hęc triãgula ſint eiuſdem altitudinis vt conſtat, ſi per E, agatur parallela recta ipſi AB.) & eadem ratione, vt triangulum ADE, ad triangulum DEC, ita eſt



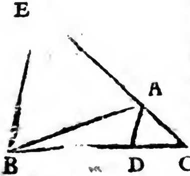
baſis AE, ad baſin EC. *d* Vt igitur AD, ad DB, ita eſt AE, ad EC, (cum hæ duæ proportiones eędem ſiat proportioni trianguli ADE, ad triangulum DEC.) quod eſt propoſitum.

Secet deinde recta DE, latera A B, A C, proporcionaliter. Dico DE, parallelam eſſe reliquo lateri BC. Ductis enim rurſum rectis CD, BE, *e* erit vt baſis AD, ad baſin DB, ita triangulum ADE, ad triangulum DEB, cum ſint eiuſdem altitudinis: Ponitur autem vt AD, ad DB, ita A E, ad E C. *f* Igitur erit vt triangulum ADE, ad triangulum DEB, ita A E, ad EC: Sed rurſus, vt baſis AE, ad baſin E C, ita eſt triangulum A D E, ad triangulum D E C, cum ſint altitudinis eiuſdem. *a* Igitur vt triangulum ADE,

ad

ad triangulum D E B, ita eſt triangulum idem AD E, ad triangulum DEC. *b* Æqualia ergo ſunt triangula DEB, & DEC; Ac propterea, cum eandem habeant baſin DE, *c* inter eaſdem erunt collocata parallelas. Igitur parallela eſt DE, ipſi B C. quod eſt propoſitum. Si itaque ad vnum trianguli latus parallela ducta fuerit, &c. Quod erat oſtendendum.

Theorema 3. Propoſitio 3. Si trianguli angulus biſariam ſectus ſit, ſecans autem angulum recta linea ſecuerit, & baſin; baſis ſegmenta eandem habebunt rationem, quam reliqua ipſius trianguli latera. Et ſi baſis ſegmenta eandem habeant rationem, quam reliqua ipſius trianguli latera; recta linea, quæ à vertice ad ſectionem producitur, biſariam ſecat trianguli ipſius angulum.

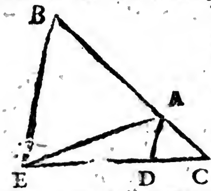


IN triangulo ABC, recta A D, ſecet primo angulum BAC, biſariam. Dico eſſe vt B A, ad A C, ita B D, ad D C. Agatur enim per B, recta B E, parallela ipſi A D, donec cum CA. producta cõueniat in E; *d* eritque angulus E B A, æqualis alterno BAD; & angulus E, externo DAC. Cum igitur duo anguli B A D, D A C, æquales ponantur; erunt & anguli E B A, & E, inter

b 9. quin. c 39. Pri. d 29. pri.

inter ſe æquales; *a* Ideoque & rectæ BA, EA, inter ſe æquales. *b* Vt igitur E A, ad A C, ita B A, ad eandem AC *c* Atqui vt EA, ad AC, ita eſt B D, ad DC. cum in triangulo BCE, recta AD ſit parallela lateri BE. *d* Igitur vt BA, ad AC, ita eſt BD, ad D C, quod eſt propoſitum.

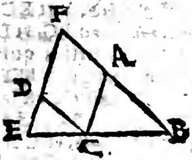
Sit deinde vt BA, ad AC, ita B D, ad D C. Dico rectam AD, bifariam ſecare angulũ B A C. Agatur enim rurſus per B, recta BE, ipſi A D, parallela coiens cum CA, protracta in E. Quoniam igitur vt B A, ad AC, ita ponitur BD, ad DC. *e* Vt autem BD, ad DC, ita eſt EA, ad AC; (quod in triangulo BCE, recta AD, ſit lateri BE, parallela) *f* Erit vt BA, ad AC, ita EA, ad eandem A C. *g* Æquale igitur ſunt B A, & E A, inter ſe, *h* ac propterea anguli A BE, & E, æquales quoque erunt. *i* Cum igitur angulus ABE, æqualis ſit alterno BAD, & angulus E, externo DAC, erunt, & duo anguli B A D, DAC, inter ſe æquales, quod eſt propoſitum.



Itaque ſi trianguli angulus bifariam ſectus ſit, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theorema 4. Propoſitio 4. Aequiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales angulos, & homologa ſunt latera, quæ æqualibus angulis ſubtenduntur.

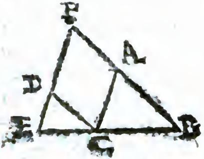
Sit



SInt æquiangula triangula ABC, DCE, ſintque æquales anguli ABC, DCE, & ACB, DEC, & BAC, CDE. Dico eſſe AB, ad BC, vt DC, ad CE, & BC, ad CA, vt CE, ad ED. & AB, denique ad A C, vt D C, ad D E: Ita. n. latera circa æquales angulos ſunt proportionalia, homologaque ſunt ea latera, quæ æqualibus angulis ſubtenduntur, hoc eſt, & antecedentia omnia æquales reſpiciunt angulos, & conſequentia ſimiliter. Conſtituantur latera BC, CE, ſecundum lineam rectam, ita vt angulus DCE, externus ſit æqualis interno ABC, pariterque externus ACB, interno DEC. Et quia duo anguli ABC, ACB, *a* minores ſunt duobus rectis: eſt autem angulo ACB æqualis angulus DEC, erunt, & anguli B, & E, duobus rectis minores. *b* Quare rectæ B A, & E D, productæ ad partes A, D, coibunt. Producantur ergo, & conueniant in F. Quoniam vero angulus externus DCE, æqualis eſt interno oppoſito ABC; *c* parallelæ erunt CD, & BF. Eadem ratione parallelæ erunt CA, & EF: quod angulus externus A C B, ſit æqualis interno D E C. Parallelogrammum eſt igitur A C DF, *d* proptereaque recta A F, æqualis rectæ C D; & recta C A, rectæ D F. Quoniam igitur in triangulo B E F, recta A C. parallela eſt lateri E F, *e* erit A B, ad A F hoc

a 17. p i. b 13. pron. c 28. pri. d 34. pri. e 2. ſex.

hoc eſt, ad D C, (quæ ęqualis eſt ipſi A F,) vt E C, ad C E. Permutando *f* igitur erit A B, ad B C, vt D C, ad C E. Rurſus, quia in eodem triangulo B E F, recta C D, parallela eſt lateri B F, *g* erit B C, ad C E, vt F D, hoc eſt, vt C A, (quæ æqualis eſt ipſi F D,) ad E D. Permutando, *h* igitur erit B C. ad C A, vt C E, ad E D. Cum igitur ſit A B, ad B C, vt D C, ad



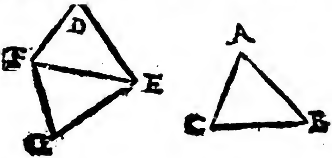
C E, & B C, ad C A, vt C E, ad E D: *i* erit & ex æquali A B, ad C A, vt D C, ad E D. Quod eſt propoſitum. Æquiangulorum ergo triangulorum proportionalia ſunt latera, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theorema 5. Propoſitio 5. Si duo triangula latera proportionalia habeant; æquiangula erunt triangula: & æquales habebunt eos angulos, ſub quibus & homologa latera ſubtenduntur.

Habeant triangula A B C, D E F, latera proportionalia, ſitque A B, ad B C, vt D E, ad E F, & B C, ad C A, vt E F, ad F D, & A B, denique ad A C, vt D E, ad D F. Dico trian-

f 16. quin. g 2. sext. h 16. quin. i 22. quin.

triangula eſſe æquiangula, angulum ſcilicet A, æqualem eſſe angulo D, & angulum B, angulo E, &



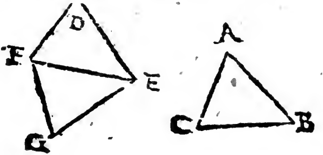
angulum C, angulo F Sic.n. anguli æquales reſpiciũt homologa latera. Fiat angulus FEG, æqualis angulo B; & angulus EFG angulo C cõueniãtq; rectæ EG, FG, in G: *a* erit; reliquus angulus G, reliquo angulo A, æqualis. Aequiangula igitur ſunt triangula ABC, GEF. Quare *b* vt AB, ad BC, ita eſt GE, ad EF: Vt aũt AB, ad BC, ita ponitur DE, ad EF. *c* Igitur vt GE, ad EF, ita eſt DE, ad EF, eandem: *d* proptereaq; æquales erunt GE, DE Rurſus, *e* quoniam vt BC, ad CA, ita eſt EF, ad FG: Vt aũt BC, ad CA, ita ponitur EF, ad FD; *f* erit vt EF ad FG, ita eadẽ EF, ad FD; *g* ideoq; æquales erunt FG. FD. Itaque cum latera EG, FG, æqualia ſint lateribus DE, DF, vtrũq; vtrique; & baſis cõis EF: *h* erunt anguli G, & D, æquales; *i* ac propterea, & reliqui anguli GEF, GFE, reliquis angulis DEF, DFE, æquales erunt. Quamobrem cum angulus G, æqualis ſit

N. an-

a 32 pri. b 4. ſex. c 11. quin d 9 quin. e 4 ſex. f. 11. quin g. 9 quin. h 8. prim. i 4 pri.

angulo A, erit & angulus D, eidem angulo A, æqualis; eodemque modo angulus DEF, angulo B, & angulus DFE, angulo C, æqualis erit. quod eſt propoſitum. Si duo igitur triangula latera proportionalia habeant, &c. Quod oſtendendum erat.

Theorem. 6. Propo. 6. Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, & circum æquales angulos latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula, æqualesque habebunt angulos, ſub quibus homologa latera ſubtenduntur.



Sit angulus B, trianguli ABC, æqualis angulo E, trianguli D E F, ſintque latera AB, BC, proportionalia lateribus D E, EF, hoc eſt ſit AB, ad BC, vt DE, ad EF. Dico reliquos angulos reliquis angulis æquales eſſe, angulum ſcilicet A, angulo D, & angulum C, angulo F; Ita enim æquales anguli homologa latera reſpiciunt. Fiat angulo B, æqualis angulus FEG; & angulo C, angulus EFG; eritque, vt in præcedenti propoſ. dictum eſt, triangulum GEF, triangulo A B C, æquiangulum. Quare *a* vt AB, ad BC,

a 4 ſex.

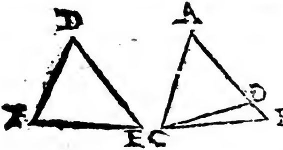
BC, ita eſt GE, ad EF. Sed vt AB, ad BC, ita ponitur DE, ad EF. *b* Igitur vt DE ad EF, ita eſt GE ad eandem E F; *c* atque idcirco D E, GE, æquales erunt. Itaque cum latera DE, EF, æqualia ſunt lateribus G E, EF, & anguli ipſis contenti æquales quoque; (nã angulo B, cui factus eſt æqualis angulus FEG æqualis eſt poſitus angulus DEF, proptereaque æquales ad inuicem erunt anguli DEF, GEF,) *d* erunt reliqui anguli D, EFD, reliquis angulis G EFG, æquales. Cum ergo angulus G, ſit æqualis angulo A, & angulus EFG, angulo C; erunt etiam angulis A, C, æquales anguli D, EFD, & ob id æquiangula erunt triangula ABC, DEF, quod eſt propoſitum. Si igitur duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 7. Propo. 7. Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, circum autem alios angulos latera proportionalia habeant; reliquorum verò ſimul vtrumque aut minorem, aut non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos circum quos proportionalia ſunt latera.

SIt angulus A, trianguli ABC, æqualis angulo D, trianguli D E F, & latera A C, CB, circa angulum A C B, proportionalia lateribus DF, FE, circa angulum F; hoc eſt ſit vt AC, ad CB, ita DF, ad FE, hac tamen lege, vt quilibet reliquorum angulo-

b 11 quin. c 9 quin. d 4 primi

rum B, & E, ſit vel minor recto, vel non minor. Dico ęquiangula eſſe triangula, angulos ſcilicet



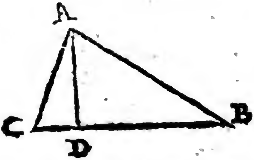
ACB, & F, circa quos ſunt latera proportionalia, & angulos B, & E, æquales eſſe. Sit enim primum tã B, quam E, recto minor: Quo poſito, ſi anguli A CB, & F, non ſunt æquales, ſit ACB, maior, quam F. fiatque ipſi F, æqualis ACG. Cum igitur, & angulus A, angulo D, ponatur æqualis, *a* erit & reliquus AGC, reliquo E, æqualis; ideoque triangula AGC, DEF æquiangula erunt. Quare *b* vt A C, ad CG, ita erit DF, ad FE: Sed vt DF, ad FE, ita ponitur AC, ad CB. *c* Vt igitur AC, ad CG, ita erit eadem AC, ad CB; *d* ac propterea æquales erunt CG, C B, *e* & anguli CBG CGB, æquales. Cum igitur angulus B, ponatur recto minor, erit & CGB, minor recto ideoque ei deinceps AGC, recta maior; *f* cum AGC, CGB, ſint duobus rectis æquales: Eſt autem oſtenſus angulus AGC, angulo E, æqualis. maior igitur recto eſt quoque angulus E: Sed poſitus eſt etiam recto minor. Quod eſt abſurdum.

Sit

a 32. pri. b 4. ſext. c 11. quin. d 9. quin. e 5. prim. f 13. pri.

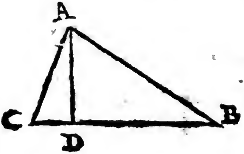
Sit deinde tam B, angulus, quam E recto nō minor; eritq; vt prius, angulus F, angulo CGB, æqualis, ideoque & CGB, recto non minor erit; ac propterea anguli CBG, CGB, in triangulo B C G, non minores erunt duobus rectis, ſed vel maiores, vel ęquales duobus rectis. quod eſt abſurdum. Sunt enim duob. rectis minores. Non ergo inæquales ſunt anguli A C B, & F, ſed æquales, atque idcirco reliqui etiam anguli B, & E, æquales erunt. quod eſt propoſitū. Si duo itaq; triangula vnū angulum vni angulo æqualem, &c. Quod demonſtrandū erat.

Theorema 8. Propoſ. 8. Si in triangulo rectangulo, ab angulo recto in baſin perpendicularis ducta ſit quæ ad perpendicularem triangula, tum toti triangulo, tum ipſa inter ſe ſimilia ſunt.



IN triangulo ABC, angulus BAC, ſit rectus à quo ad baſin perpendicularis agatur AD. Dico triangula ADB, ADC, ſimilia eſſe, & toti triangulo ABC, & inter ſe. Cum enim in triangulis ABC, DBA, anguli BAC & ADB, ſint recti, & angulus B, communis; *a* erunt & reliqui anguli A C B, & D A E, æquales. Aequiangulum eſt igitur triangulum D B A, triangulo A B C, *b* ac propterea

pterea habebunt latera circa æquales angulos proportionalia, &c hoc eſt erit vt CB ad BA, ita BA, ad BD; & vt BA, ad AC, ita BD, ad DA; & vt BC, ad CA, ita BA, ad AD. Ita enim latera homologa æqualibus angulis opponuntur, vt vult propoſ. 4. huius lib. Quare ſimile eſt triangulum ADB, toti triangulo ABC. Eodem modo oſtendetur triangulum AD C, ſimile eidem triangulo ABC. Nam anguli BAC, & ADC, ſunt recti, & angulus C. communis; *c* ac propterea reliqui anguli ABC, & CAD, æquales.

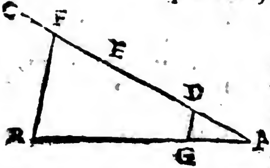


Quare *f* vt BC, ad CA, ita eſt CA ad CD; & vt CA, ad AB, ita CD, ad DA, & vt CB, ad BA, ita CA, ad AD. Sic enim opponuntur quoq; homologa latera angulis æqualibus, ex præſcripto propoſ. 4. huius lib. Non ſecus demonſtrabitur, ſimilia inter ſe eſſe triãgula ADB, & ADC, cum anguli ADB, ADC, ſint recti, & anguli ABD, CAD, oſtenſi æquales nec non anguli BAD, ACD; Atque idcirco ſit *e* vt BD, ad DA, ita DA, ad DC; & vt DA, ad AB, ita *D*C, ad CA; & vt AB, ad BD, ita CA, ad AD. Si igitur in triangulo rectangulo, ab angulo recto in baſin perpendicularis ducta ſit, &c. Quod erat demonſtrandum.

Pro-

c 32. primi. *d* 4. ſex. *e* 4 ſex.

Problema 1. Propoſ. 9. A data recta linea imperatam partem auferre.



IMperetur, vt ex linea AB, auferamus partem tertiam. Ex A, ducatur recta A C, vtcunque faciens angulum CAB; & ex A C, abſcindantur tot partes æquales cuiuslibet magnitudinis, quota pars detrahenda eſt ex AB, vt in propoſito exemplo tres AD, DE, EF. Deinde ex F, ad B recta ducatur FB, cui per D, parallela agatur DG. Dico AG, eſſe partem tertiam imperatam rectæ AB. Nam cũ in triangulo ABF, lateri FE, parallela ſit recta DG; *a* erit vt FD, ad DA, ita BG, ad GA. *b* Componendo igitur, vt F A, ad DA, ita BA, erit ad GA: Sed FA, ipſius AD, eſt tripla ex cõſtructione. Igitur, & BA, ipſius A G, erit tripla; ideoq; A G, tertia pars erit ipſius AB, quæ imperabatur. A data ergo recta linea imperatam partem abſtulimus. Quod faciendum erat.

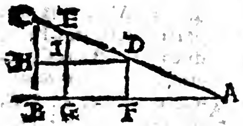
Probl. 2. Prop. 10. Datam rectam lineam inſectam ſimiliter ſecare, vt data altera recta ſecta fuerit.

SIt recta AB, ſecanda ſimiliter, vt ſecta eſt recta AC, in D, & E. hoc eſt in partes, quæ ſint

N 4 par-

a 2 ex. b 8 quin.

partibus A D; DE, EC, proportionales. Coniungantur datæ duæ lineæ ad A, facientes angulum quemcũque B A C, & cõnectatur recta BC. Deinde ex D, E, agantur DF, EG, parallelæ ipſi B C Dico rectam AB, ſimiliter eſſe ſectam in F, & G, vt eſt ſecta AC in D, & E Nam *a* vt AD, ad DE, ita eſt AF, ad F, G. Proportionales ergo ſunt partes AF, FG, partibus AD, DE. Quod ſi ducatur DH, ipſi FB, parallela, ſecans EG, in I; *b* erit rurſus, vt D E, ad EC, ita DI, ad IH, hoc eſt, ita FG, ad GB; *c* quòd FG, ipſi DI, & GB, ipſi IH, æqualis ſit. Quare proportionales quoque erunt partes FG, GB, partibus DE, EC. Eademque ratio eſt de pluribus partibus, ſi ex E. & C, ipſi AB: parallelæ agantur, &c. Itaque datã rectam lineã inſectam ſimiliter ſecuimus, vt data altera recta ſecta fuit. Quod faciendũ erat.

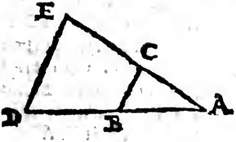


Problema 3. Propoſ. 11. Duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem udinuenire.

Sint duæ rectæ AB, AC. ita diſpoſitæ, vt efficiant angulum A, quemcunque, ſitq; inuenienda illis tertia proportionalis, ſicut quidem AB, ad AC. ita AC, ad terriã Producatur AB, quàm volumus eſſe

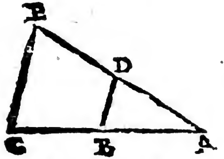
a 2. ſex. b 2. ſex. c 34 pri.

ſe antecedentem, & capiatur BD.æqualis ipſi AC,



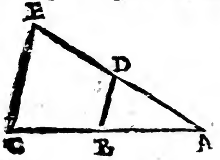
quæ conſequens eſſe debet,ſiue media. Deinde ducta recta B C, agatur illi ex D, parallela DF, occurrens ipſi AC, productæ in E. Dico CE,eſſe tertiam proportionalem, hoc eſt,eſſe vt AB,ad AC, ita AC, ad CE. Cum enim in triangulo ADE,lateri DE, parallela, ſit recta BC; erit vt AB,ad BD, ita AC, ad CE: Sed vt AB,ad BD, ita eadem AB,ad AC, ęqualē ipſi BD. Vt igitur AB,ad AC,ita AC, ad CE: quod eſt propoſitum. Duabus ergo datis rectis lineis,tertiam proportionalem adinuenimus.Quod erat faciendū.

Problema 4. Propoſitio 12. Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.



Sint tres lineæ rectæ AB , BC, AD, quibus inuenienda ſit quarta proportionalis; ſicut quidem A B , ad BC,ita AD. ad quartā. Diſponantur primæ duæ A B, BC, ſecundum lineam rectam, quæ ſit A C: Tertia vero AD,cum prima A B, faciat angulum A,quemcunque. Deinde ex B, ad D, recta ducatur B D,

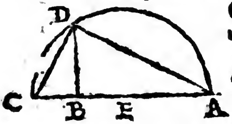
BD, cui per C, parallela ducatur CE, occurrens rectæ A D, productæ, in E, puncto. Dico DE, eſſe quartam proportionalem. Cum enim in triangulo ACE, lateri CE, acta ſit parallela BD; *a* erit vt AB, ad



BC, ita A D, ad D E. Quare D E, quarta eſt proportionalis; ac propterea, tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenimus. Quod faciendum erat.

Problema 5. Prop. 13. Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem adinuenire.

Sint duæ rectę A B, BC, quibus media inueniēda eſt proportionalis, diſpoſitæ ſecundum lineā rectam AC. Diuiſa A C, bifariam in E, ex E, centro, & interuallo EA, vel EC, ſemicirculus deſcribatur ADC: Deinde ex B, ad AC, perpendicularis educatur BD, ad circumferentiam vſque. Dico B D, eſſe mediam proportionalem inter A B, & BC. Ductis enim rectis AD CD; *a* erit angulus A D C, rectus in ſemicirculo. Cum igitur ex angulo recto ADC, trianguli rectanguli ADC, deducta ſit ad baſin

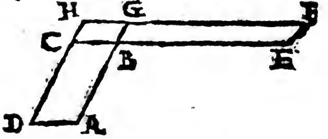


ſin

a 2. lex. *a* 31. ter.

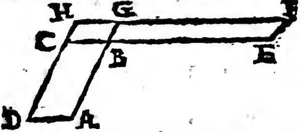
ſin A C, perpendicularis D B; erit per demonſtrata propoſ.8. huius lib. BD, media proportionalis inter AB, & BC. Duabus ergo datis rectis lineis mediam proportionalem adinuenimus. Quod erat faciendum.

Theorema 9. propoſitio 14. Aequalium & vnum vni æqualem habentium angulum, parallelogrammorum, reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos; illa ſunt æqualia.



SInt duo parallelogramma ęqualia ABCD, BEFG, habentia angulos ABC, EBG, æquales. Dico latera circum hoſce angulos eſſe reciproca, hoc eſt, eſſe vt AB, ad BG, ita EB, ad BC. Coniungantur enim parallelogramma ad angulos æquales, ita vt AB, & BG, vnam efficiant lineam rectam. Quo facto, cum anguli ABC, EBG, ſint æquales, erunt & EB, BC, vna recta linea, vt ad propoſ. 15. lib. 1. ex Proclo demonſtratum eſt. Producantur iam DC, & FG, donec coeant in H. Quoniam igitur æqualia ſunt parallelogramma DB, BF: *a* erit vt DB, ad BH,

BH, ita BF, ad idem BH: Sed vt DB, ad B H *b* ita eſt AB, baſis ad baſin B G, quod parallelogramma ſint



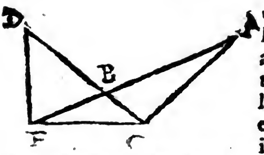
eiuſdem altitudinis, & ſimiliter vt BF, ad BH, ita eſt baſis EB, ad baſin BC. Igitur vt A B, ad B G, ita eſt EB, ad B C. Quod eſt propoſitum.

E contrario ſint iam latera circa æquales angulos ABC, EBG, reciproca, hoc eſt, vt AB, ad B G. ita EB, ad B C. Dico parallelogramma DB, BF, eſſe æqualia. Facta enim eadem conſtructione; cum ſit, vt AB, ad BG, ita EB, ad BC: *c* Vt autem AB, ad BG, ita DB, ad BH, & vt EB, ad BC, ita BF, ad idem BH; erit quoque vt DB, ad BH, ita BF, ad idem BH; erit quoque vt DB, ad BH, ita BF, ad idem B H. *d* Atque idcirco æqualia erunt parallelogramma DB, BF. Æqualium igitur, & vnum vni æqualem habentium angulum, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 10. Propoſ. 15. Aequalium, & vnum vni æqualem habentium angulum, triangulorum, reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum triangulorum vnum angulum vni æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, illa ſunt æqualia.

Sint

b 1 ſex. c 1. ſex. d 9. quin.



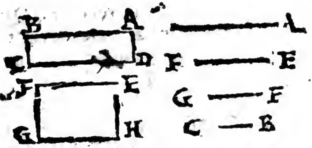
Sint duo triangula æqualia ABC,DBE, habentia angulos, qui ad B, æquales. Dico latera circa hoſce angulos eſſe reciproca, hoc eſt, eſſe vt AB, ad BE, ita DB,ad BC. Coniungantur enim triangula ad angulos æquales, ita vt AB,BE,vnam efficiant lineam rectam. Quo facto, cum anguli ABC,DBE, ſint æquales; erunt & DB, BC, vna recta linea, vt demonſtratum eſt ad propoſ. 15. lib. 1. ex Proclo. Ducta igitur recta CE, quoniam æqualia ſunt triangula ABC,DBE, *a* erit vt ABC,ad BCE, ita DBE,ad idẽ BCE. Sed vt triãgulum ABC, ad triangulum BCE, *b* ita eſt baſis AB, ad baſin BE, quod hæc triangula eiuſdem ſint altitudinis; & ſimiliter vt DBE,ad BCE, ita eſt baſis DB, ad BC. Quare vt AB,ad BE, ita eſt DB,ad BC. Quod eſt propoſitum.

Iam vero contra ſint latera circa angulos æquales,qui ad B, reciproca, hoc eſt, vt AB,ad BE,ita DB,ad BC. Dico triangula ABC DBE, eſſe æqualia. Facta .n. cõſtructione eadẽ,cum ſit vt AB,ad BE ita DB,ad BC; vt aũt AB,ad BE, *c* ita triangulũ ABC, ad triãgulũ BCE; & vt DB ad BC,ita triãgulũ DBE,ad triãgulũ idẽ BCE; Erit vt ABC,ad BCE, ita DBE,ad idem BCE, *d* proptereaq; æqualia erunt triangula ABC,

a 7. quin. *b* 1. ſex. *c* 1. ſex. *d* 9. quin.

ABC, DBE. Aequalium igitur, & vnum vni ęqualem habentium angulum, &c. Quod oſtendēdum erat.

Theor. 11. Propoſ. 16. Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æquale eſt ei, quod ſub medijs comprehenditur rectangulo Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale fuerit ei quod ſub medijs cōtinetur rectāgulo: illæ quatuor rectæ lineæ ꝓportionales erunt.



SInt quatuor rectæ proportionales AB, FG, EF, BC; vt quidem AB, ad FG, ita EF, ad BC: Sitque rectangulum ABCD, comprehenſum ſub extremis AB, BC; rectangulum vero EFGH, comprehenſum ſub medijs EF, FG. Dico rectangula AC, EG, eſſe æqualia. Cum enim anguli recti B, & F, ſint æquales, & ſit vt AB, ad FG, ita EF, ad BC, erunt latera circa æquales angulos B, & F, reciproca. Quare parallelogramma AC, EG, æqualia erunt. Quod eſt propoſitum.

Contra vero, ſint iam ęqualia rectangula AC, EG. Dico quatuor rectas lineas AB, FG, EF, BC, eſſe proportionales, hoc eſt, eſſe vt AB, ad FG, ita EF, ad

ad B C. Cum enim æqualia ſint rectangula A C, E G, habeantque angulos æquales, nempe rectos B, & F, *b* erunt latera circa hoſce angulos reciproca; ſicut quidem A B, ad F G, ita E F, ad B C. Itaque ſi quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, &c. Quod erat oſtendendum.

Theorem. 12. Prop. 17. Si tres rectæ lineæ ſint proportionales: quod ſub extremis comprehenditur rectangulum, æquale eſt ei, quod à media deſcribitur quadrato. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale ſit ei, quod à media deſcribitur, quadrato: illæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

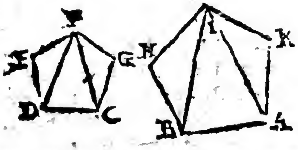
SInt tres lineæ rectæ A B, E F, & B C, proportionales: vt quidem A B, ad E F, ita E F, ad B C: ſitque rectangulum A B C D, contentum ſub extremis A B, B C, & quadratum mediæ E F, ſit E F G H. Dico æqualia eſſe rectangulum A C, & quadratum E G. Sumpta enim recta F G, quæ æqualis ſit ipſi E F, erunt quatuor lineæ A B, E F, F G, B C proportionales; vt quidem A B, ad E F ita F G, ad B C; eritque quadratum E G, comprehenſum ſub medijs E F, F G, propter æqualitatem rectarum E F, F G. *a* Quare rectangulum A C, comprehenſum ſub extremis A B, B C, æquale eſt quadrato E G, hoc, eſt, rectangulo ſub medijs E F, F G, comprehenſo. Quod eſt propoſitum.

Sed

b 14. ſex. a 16. ſexti.

Sed ſint iam æqualia rectangulum A C, & quadratum EG. Dico eſſe vt AB, ad EF, ita EF, ad BC. Cum enim æqualia ſint rectangula A C, & E G, *b* erit vt A B, ad EF, ita FG, ad BC: *c* Vt autem FG, ad BC, ita eſt E F, ipſi FG, æqualis, ad eandem BC. Quare vt AB, ad EF, ita eſt EF, ad BC. Si tres igitur rectæ lineæ ſint proportionales, &c. Quod erat demonſtrandum.

Probl. 6. Propoſ. 18. *A data recta linea dato rectilineo ſimille, ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcribere.*



Sit data recta A B, ſuperquam deſcribedum ſit rectilineum rectilineo C DEFG, ſimile ſimiliterq; poſitum. Ducantur ex quolibet angulo, vt ex F, ad ſingulos angulos oppoſitos rectæ lineæ, quæ rectilineum reſoluant in triangula C D F, D E F. F G C, Deinde ſuper A B, conſtituatur A I B, triangulum, æquiangulum C D F, & ſuper A I, trianguli A K I, æquiangulum C G F, & I B H, æquiangulum D E F, ex quo conſtat rectilinium eſſe æquiangulum dato ex conſtructione. Quoniam ero ita eſt A B, ad B I, vt C D, ad D F: & ita B I, ad B H, vt D F, ad DE,

D E. a erit ex æquo ita AB, ad BH, vt C D, ad D E. Quare latera circa æquales angulos A B H, C D E, proportionalia ſunt, b quemadmodum & latera circa æquales angulos H. & E, proportionalia ſunt, ob triangula æquiangula BHI, DEF. c Rurſus ita eſt H I, ad IB, vt EF, ad FD: & ita IB, ad IA, vt FD, ad FC: & ita IA, ad Ik, vt FC, ad FG. d Igitur ex æquo erit ita HI, ad I K, vt E F, ad F G, & ideo latera quoque circa æquales angulos H I K, E F G, proportionalia erunt, & ſic de cæteris. Quamobrem rectilinea, cum ſint æquiangula, habeantque latera circa æquales angulos proportionalia, ſimilia ſunt, ſimiliterque deſcripta. A data ergo recta linea, dato rectilineo ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcripſimus. Quod faciendum erat.

Theorema 13. *Propoſitio* 19. *Similia triangula inter ſe ſunt in duplicata ratione laterum homologorum.*

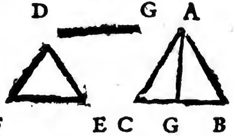
SInt triangula ſimilia A B C, D E F, habentia angulos æquales B, & E: Item C, & F, &c. Et ſit vt A B, ad B C, ita D E, ad E F, &c. Dico triangula inter ſe rationem habere duplicatam eius, quam habent latera homologa

O mologa

a 22. quin. b 4. ſex. c 4. ſex. d 22 quin.

mologa B C, & E F, & quidem ſi ſint æqualia latera A B, D E, conſtat triangula eſſe æqualia ex 26.prin. cum anguli ſint æquales, & ita etiam media proportionalis inuenta erit æqualis, & duplicata proportio erit æqualitatis. Sint ergo primum latera B C, E F, æqualia, ac proinde, & tertia proportionalis B G, illis æqualis: ita vt proportio B C, ad B G, quę duplicata dicitur proportionis lateris BC, ad latus EF, ſit proportio æqualitatis. Quoniam igitur triangula A B C, D E F, habent quoque proportionem æqualitatis, *a* quod ipſa inter ſe æqualia ſint, ob angulos B, C angulis, E F, æquales, & æqualitatem laterum BC, EF tota erunt æqualia.

Sit deinde B C, latus latere EF, maius; & ex BC, *a* abſcindatur rectis B C, E F, tertia proportionalis B G, ducaturque recta A G. Quia igitur eſt vt A B,

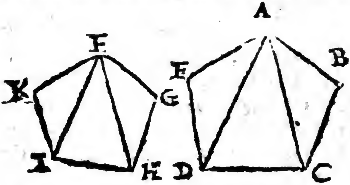


ad BC, ita DE, ad EF; erit permutando vt AB, ad DE, ita BC, ad EF: Vt autem BC ad EF, ita eſt per cōſtructionem EF, ad BG. Vt ergo AB, ad DE. *b* ita erit EF, ad BG. Quare cū triangula ABG, DEF, habeant latera circa angulos B, E, æquales reciproca, *c* ipſa inter

a 11. ſe. b 11. quin. c 11. ſex.

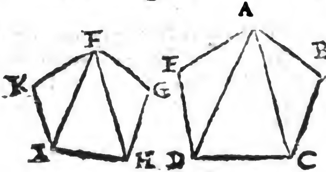
inter ſe æqualia erunt, & propterea vt triangulum ABC, ad triangulũ DEF, *d* ita erit idem triangulum ABC, ad triangulũ ABG. Vt autẽ triangulum ABC. ad triangulũ ABG, eiuſdẽ altitudinis, ita eſt baſis B C, ad baſin BG. Igitur vt triangulũ ABC, ad triãgulũ DEF, ita eſt BC, ad BG. Atqui cum tres lineæ BC, EF, BG ſint continue proportionales, proportio primę BC, ad tertiã BG, duplicata dicitur proportionis BC, primæ ad EF, ſecundam. Igitur & triangulũ A BC, ad triangulũ DEF, proportionẽ habet duplicatã proportionis lateris BC, ad latus EF. Similia igitur triangula inter ſe ſunt, &c. Quod erat demõſtrandũ.

Theor. 14. Propoſ. 20. Similia polygona in ſimilia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & homologa totis: Et polygona duplicatam habent eam inter ſe rationem, quam latus homologum ad homologum latus.



SInt polygona ſimilia ABCDE, FGHIk, habentia angulos æquales BAE, GFK. Itẽm angulos B, G, & ſic deinceps: habeant autem latera proportionalia circa angulos æquales; vt quidem AB, ad BC, ita

FG, ad GH; & vt BC, ad CD, ita G H, ad H I, &c. Dico primum, hæc polygona diuidi in triangula ſimilia, quæ ſint numero æqualia. Ab angulis enim B A E, G F K, rectæ educantur ad ſingulos angulos oppoſitos, quæ ſint AC, AD, FH, FI; diuiſaque erunt polygona in triangula numero æqualia. Quoniam vero angulus B, æqualis eſt angulo G, ex hypotheſi, & circa ipſos latera proportionalia; ęquiangula erunt triangula ABC, FGH. & eadem ratione oſtendetur de omnibus triangulis in quibus reſoluitur.



Dico præterea, triangula hæc eſſe homologa totis polygonis, hoc eſt, ita eſſe quodlibet triangulum in vno polygono ad ſuum correſpondens triãgulum in altero polygono, vt polygonum ad polygonum. Quoniam enim ſimilia ſunt triangula AB C, FGH, erit eorum proportio duplicata proportionis homologorum laterum AC, FH Atque eodem argumento proportio triangulorum ACD, FHI, duplicata erit proportionis eorundem laterum homologorum AC, FH. Quare vt triangulum A B C, ad triangulum F G H, ita erit triangulum A C D, ad

trian-

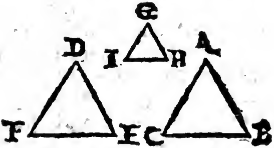
triangulum FHI, cum vtraque hæc proportio triangulorum ſit duplicata eiuſdem proportionis lateris AC, ad latus FH. Neque diſſimili ratione concludetur quoque eſſe triangulum ADE, ad triangulum FIK, vt ACD, ad FHI: Atque ita deinceps, ſi plura fuerint triangula. Sunt igitur proportionalia triangula vnius polygoni cum triangulis alterius, ita vt triãgula vnius ſint antecedentia, & triangula alterius conſequentia proportionũ. Vt autẽ vnũ antecedens ad vnum conſequens, a ita ſunt omnia antecedẽtia ad omnia conſequentia. Igitur vt quodlibet triangulũ vnius polygoni ad ſibi reſpondens triangulum alterius, ita erit totũ polygonũ ad totum polygonũ; ideoque triãgula homologa erunt totis polygonis.

Dico poſtremo, polygona inter ſe proportionem habere duplicatam eius, quam habent latera homologa. Cum enim ſit, vt triangulum ABC, ad triãgulum FGH, ita polygonum ABCDE, ad polygonum FGHIK; Triangulum vero ABC, ad triangulum FGH, habeat proportionem duplicatam eius, quam habent latera homologa AB, FG, hoc eſt, eandem, quam habet AB, ad illam tertiam inuentam; habebunt quoque polygona inter ſe proportionem duplicatam proportionis eorundem laterum homologorum AB, FG, hoc eſt, eandem, quam habet AB, ad illam tertiam inuentam. Itaque ſimilia polygona in ſimilia triangula diuiduntur, &c. Quod demonſtrandum erat.

O 3 *Theo-*

a 12. quint.

Theorema 15. Propoſitio. 21. Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia.

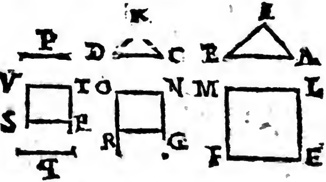


SInt rectilinea ABC, DEF, rectilineo GHI, ſimilia. Dico, & ipſa inter ſe eſſe ſimilia. Cum enim propter ſimilitudinem, anguli rectilinei A B C, æquales ſint angulis rectilinei GHI; Item eadem de cauſa anguli rectilinei D E F, æquales angulis eiuſdem rectilinei GHI; *a* erunt anguli rectilinei ABC, æquales angulis rectilinei D E F. Rurſus cum ob eandem ſimilitudinem, latera rectilinei ABC, proportionalia ſint lateribus rectilinei GHI, ea videlicet ijs, quæ circum æquales ſunt angulos: Item eandem ob cauſam, latera rectilinei DE F, proportionalia lateribus eiuſdem rectilinei GHI, *b* erunt quoque latera rectilinei A B C, lateribus rectilinei DEF, proportionalia, ea nimirum ijs, quæ angulos ambiunt ęquales. Atque adeo per definitionem, ſimilia exiſtent rectilinea ABC, D E F. Quæ igitur eidem rectilineo ſunt ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia. Quod erat oſtendendum.

Theo-

a 1 pron. b 11. quin.

Theor.16. Propoſ.22. Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: Et ab eis rectilinea ſimilia ſimiliterque deſcripta, proportionalia erunt. Et ſi à rectis lineis ſimilia ſimiliterque deſcripta rectilinea, proportionalia fuerint: ipſæ etiam rectæ lineæ proportionales erunt.

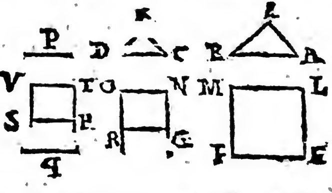


SInt primum quatuor rectæ AB,CD,EF,GH,proportionales, vt quidẽ AB, ad CD, ita EF, ad GH: Conſtituanturque ſuper AB, CD, duo quæcunque rectilinea ſimilia ſimiliterque deſcripta ABI,CDk; Item ſuper E F, G H. alia duo quæcunque rectilinea ſimil'a ſimiliterque deſcripta, EFML, GHON. Dico & hæc rectilinea eſſe proportionalia, vt quidem ABI, ad CDK, ita EM, ad GO. *a* Inueniatur.n. rectis AB, CD, tertia proportionalis P, & rectis EF, GH, tertia proportionalis Q. *b* eritque ex ęquo, vt AB, ad P, ita EF, ad Q: Vt autem AB, ad P, ita eſt rectilineum ABI, ad rectilineum CDK, ſimile ſimiliterque deſcriptum, ex corollario propoſitionis 20. hu-

O 4 ius

a 11. ſex. b 22. quin.

ius lib. vel ſi fuerint triangula, ex coroll. propoſ. 19. Et eadem ratione, vt EF, ad Q, ita rectilineum EM,



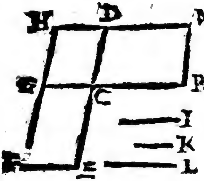
ad rectilineum GO: *c* Igitur vt A B I, ad C D K, ita erit EM, ad GO Quod eſt propoſitum.

Deinde ſint ABI, CDK, EM, GO, rectilinea proportionalia. Dico quatuor rectas AB, CD, EF, GH, eſſe quoque proportionales, vt quidem AB, ad CD, ita EF, ad GH. *d* Inueniatur enim tribus rectis A B, CD EF, quarta proportionalis R S, ſuper quam deſcribatur rectilineum RSVT, ſimile rectilineo FM, ſimiliterque poſitum; *e* & ob id rectilineo G O. Quoniam igitur eſt, vt A B, ad CD, ita E F, ad R S; erit quoque, vt iam eſt oſtenſum, vt ABI, ad CDk. ita EM, ad RV. Vt autem ABI, ad CDk, ita quoque ponitur EM, ad GO. *f* Igitur erit vt EM, ad RV, ita EM, ad G O; *g* Atque idcirco æqualia erunt RV, GO. Quæ cum ſint ſimilia ſimiliterque poſita, conſiſtent neceſſario, vt mox oſtendemus, ſuper rectas RS, GH, æquales. *h* Quare erit vt EF, ad RS, ita EF, ad

c 11 quin. d 12 ſex. e 21. ſex f 11. quin g 9 quin. h 7 quin.

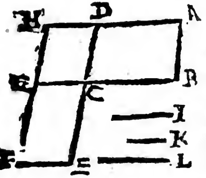
ad GH. Ponitur autem EF, ad RS, vt AB, ad CD. Igitur erit quoque vt AB, ad CD, ita EF ad GH. Quamobrem ſi quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 17. Propoſ. 23. Aequiangula parallelogramma inter ſe rationem habent eam, qua ex lateribus componitur.



Sint parallelogramma æquiangula AC, CF, habentia angulos BCD ECG, æquales. Dico proportionẽ eorum eſſe, compoſitam ex duabus ꝓportionibus, quas habent duo latera vnius circa angulũ æqualem, ad duo latera alterius circa angulũ æqualem, ita vt antecedentia proportionum ſint in vno Parallelogrammo, & conſequentia in altero; hoc eſt, proportionem AC, parallelogrammi ad parallelogrammum CF, compoſitam eſſe ex proportionibus rectæ BC, ad CG. rectam, & rectæ DC, ad rectam CE; Vel etiam ex proportionibus rectæ BC, ad rectam CE, & rectæ DC, ad rectam CG. Ideſt, ſi ſumantur tres lineæ I, k, L, ita vt I. ad k, ſit, ſicut BC, latus ad latus CG, & k, ad L, vt latus DC ad latus CE; ita eſſe parallelogrammum AC, ad parallelogrãmum CF, vt eſt recta I, ad rectam L: ac proinde cum ex defin. 5. huius lib. proportio I, ad L cõponi dicatur

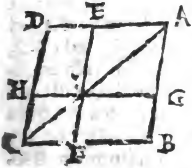
tur ex proportionibus I,ad K,& k,ad L; proportionem quoque parallelogrammi AC,ad parallelogrã-mum CF, dici compoſitam eſſe ex eiſdem proportionibus,hoc eſt,ex proportionibus BC, ad CG, & DC,ad CE.Coniungantur enim parallelogrãma ad angulos æquales, ita vt B C, C G.efficiant vnam lineam rectam:Quo poſito,cum anguli BCD, ECG. ſint æquales, erunt & DC,CE,vna recta linea, vt ad propoſ.15 lib.1.ex Proclo demonſtratũ eſt Producantur deinde AD, FG, donec conueniant in H; Sumptaque recta I, quacunque,*a* inueniatur tribus BC,CG, & I, quarta proportionalis K : Item tribus DC,CE, & K, quarta proportionalis L. Quoniã igitur eſt, *b* vt DC, ad CG,ita AC,ad CH. Vt autẽ BC, ad CG,ita poſita eſt I,ad K. *c* erit quoque vt AC,ad CH,ita I,ad k.Eodemque argumento oſtendes eſſe, vt HC,ad CF,ita k,ad L.Nam vt DC,ad CE,*d* ita eſt HC,ad CF. Cum ergo poſita ſit K,ad L,vt DC,ad C E,erit quoque HC,ad CF,vt k,ad L:Ex æquo igitur erit,vt AC,ad CF, ita I, ad L Sed proportio I, ad L, per 5. defin. huius lib. componitur ex proportionibus BC,ad CG;& DC,ad CE Ex his eiſdẽ ergo proportionibus componetur quoque proportio parallelogrammi AC,ad parallelogrammum CF. Eademq; ratio-



a 12. ſexti. *b* 1 ſexi. *c* 11. quin. *d* 1 ſex.

ratione oſtendemus, proportionem AC, ad CF, cõponi ex proportionibus BC, ad CE, & D C, ad C G, dummodo parallelogramma ita coniungantur ad angulos æquales, vt BC, CE, efficiant vnam rectam lineã, &c. Æquiangula itaque parallelogramma inter ſe rationẽ habent, &c. Quod erat oſtẽdendum.

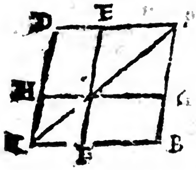
Theor. 18. *Propoſ.* 24. *In omni parallelogrammo, quæ circa diametrum ſunt, parallelogramma, & toti, & inter ſe ſunt ſimilia.*



ESto parallelogrammũ A B C D, in quo ducatur diameter A C, & per quodlibet eius punctum I, ducantur duæ rectæ EF, GH, parallelæ lateribus parallelogrammi. Dico parallelogramma FG, F H. circa diametrũ, ſimilia eſſe & toti parallelogrammo, & inter ſe ſe. Quod enim æquiangula ſint toti, facile oſtendetur: Nam angulus G A E, idem eſt, qui angulus B A D; *a* & angulus externus A E I, æqualis interno ADC; & angulus A C I, externus interno ABC. & angulus E I G, externus interno B F I; & hic externus interno B C D. Quare æquiangulum eſt E G, parallelogrammum parallelogrammo BD: Et eadem ratione eidem B D, æquiangulum

a. 29. pri.

lum erit FH. Quod autem latera circa æquales angulos habeant proportionalia lateribus totius, hoc modo demonſtrabimus. Cum triangulum A G I æquiangulum ſit triangulo A B C, & triangulum A E I, triangulo A D C, vt perſpicuum eſt ex 29. propoſ. lib. 1. vel etiam ex coroll. propoſ 4. huius lib. *b* erit vt AB, ad BC, ita AG, ad G I, atque ita latera circa æquales angulos B, & G. proportionalia ſunt. Rurſus *c* erit vt BC, ad CA, ita GI, ad I A; Item vt CA, ad CD, ita IA, ad IE. *d* Ex æquo igitur, vt BC, ad *e* CD, ita eſt GI, ad IE, ac propterea, & latera circa æquales angulos B C D, G I E, proportionalia exiſtunt. Non aliter demonſtrabuntur latera, circa reliquos angulos æquales, eſſe proportionalia. Quare per definitionem ſimile erit parallelogrammum E G, toti parallelogrammo BD. Eadem arte oſtendes parallelogrammum F H, ſimile eſſe eidem parallelogrammo B D; *e* atque adeo, & ipſa inter ſe ſimilia erunt. In omni ergo parallelogrammo, quæ circa diametrum ſunt, &c. Quod erat oſtendendum.

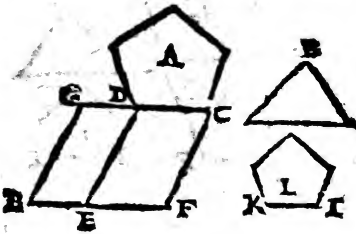


Pro.

b 4. ſext. c 4. ſex d 22. quin. e 21 ſix.

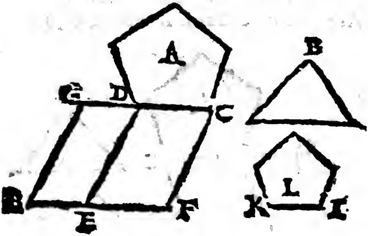
Probl. 7. Propoſ. 25. Dato rectilineo ſimile ſimiliterque poſitum, & alteri dato æquale idem conſtituere.

SInt data duo rectilinea A, & B; ſitque conſtituẽdum aliud rectilineum, quod ſimile quidem ſit ipſi A, æquale vero ipſi B Super CD, vnum latus



rectilinei, cui ſimile debet conſtitui, *a* conſtituatur parallelogrammum CE, in quouis angulo, æquale rectilineo A; Et ſuper rectam DE, in angulo EDG, qui æqualis ſit angulo DCF, parallelogrammum DH, æquale ipſi B, eritque tam CDG, quam FEH, linea vna recta, vt demonſtratum eſt propoſ. 45. lib. 1. *b* Inueniatur iam inter rectas CD, DG, media proportionalis IK; *c* ſuper quam conſtituatur rectilineum L, ſimile ipſi A, ſimiliterque poſitum. Dico L, æquale eſſe alteri rectilineo B cũ enim ſint proportionales tres rectę CD, Ik, DG; erit per coroll. prop. 19. vel 20. huius lib. vt CD, prima ad DG, tertiã, ita

ita A, rectilineum ſuper primam C D, ad rectilineũ L, ſuper I K, ſecundam ſimile ſimiliterque deſcri-

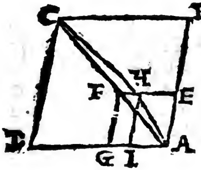


ptum: *a* Vt autem CD, ad DG, ita eſt parallelogrammum C E, ad parallelogrammum D H, eiuſdem altitudinis. *b* Igitur erit vt C E, ad D H, ita A, ad L. *c* Vt autem CE ad DH, ita eſt A, ad B: propterea quod parallelogrammum CE, rectilineo A; & parallelogrammum DH, rectilineo B, conſtructum eſt æquale. *d* Quare erit vt A, ad B, ita A, ad L; *e* proptereaque æqualia erunt rectilinea B, & L; Eſt autem & L, ſimile ipſi A, ſimiliterque poſitum per conſtructionem. Dato igitur rectilineo ſimile ſimiliterque poſitum, & alteri dato æquale idem conſtituimus. Quod erat faciendum.

Theo-

Digitized by Google

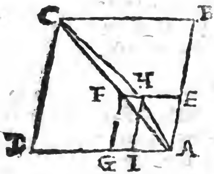
Theor. 19. Propoſ. 26. Si à parallelogrammo parallelogrammum ablatum ſit, & ſimile toti, & ſimiliter poſitum, communem cum eo habens angulum; hoc circum eandem cum toto diametrum conſiſtit.



EX parallelogrammo BD, abſciſſum ſit parallelogrammum EG, ſimile ei ſimiliterq; poſitum, habens cum ipſo angulum communem EAG. Dico EG, conſiſtere circa diametrum totius BD. Ducantur enim rectæ AF, CF, quæ ſi fuerint vna linea recta, perſpicuum eſt, cum AF. ſit diameter ipſius EG, & AC, diameter ipſius BD. parallelogrammum EG conſiſtere circa diametrũ AFC, totius parallelogrammi. Quod ſi AF, CF, non dicantur efficere lineam rectam, ducatur totius parallelogrammi diameter AC, ſecans latus EF, in H, puncto, per quod ipſi FG, parallela agatur HI Quoniam igitur parallelogramma BD, EI, ſunt circa eãdem diametrũ AHC; *a* ipſa erunt ſimilia, ſimiliterque poſita. *b* Quare erit vt BA, ad AD, ita EA, ad AI. Sed vt BA, ad AD, ita quoque eſt E A. ad A G, quod parallelogramma BD, EG, ponantur etiã ſimilia, ſimiliterq; poſita. *c* Igitur erit vt EA, ad AI, ita EA, ad AG.

a 24. ſex. b 1. def. ſex i. c 11. quin.

A G. *d* Ac propterea æquales erunt rectæ A I, A G, pars, & totum: quod eſt abſurdum.

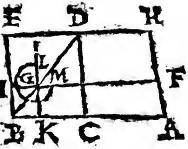


Quod ſi dicatur recta A H C. ſecare alterum latus FG. Tunc ducta HI, parellela ipſi *EF*, *e* erunt rurſus ſimilia parallelogramma BD, IG, ſimiliterque poſita. *f* Quare erit vt D A. ad AB, ita GA, ad AI: Sed vt DA, ad AB, ita quoque eſt G A; ad A E, ob ſimilitudinem parallelogrammorũ BD, EG. *g* Igitur erit vt GA, ad AI, ita GA, ad AE, *h* ideoque æquales erunt rectæ AI, A E; pars & totum: Quod eſt abſurdum. Conſtituunt ergo rectæ A F, F C, vnam rectam lineam; hoc eſt, ducta diameter A C, tranſit per punctum F; & ducta diameter A F, cadit in punctum C. Itaque ſi à parallelogrammo parallelogrammum ablatum ſit, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theorema 20. Propoſitio 27. Omnium parallelogrammorum ſecundum eandem rectam lineam applicatorum, deficientiumque figuris parallelogrammis ſimilibus ſimiliterque poſitis ei, quod à dimidia deſcribitur; maximum id eſt, quod ad dimidiam applicatur, parallelogrammum ſimile exiſtens defectui.

Detur

d 9. quin. e 24. ſexti. f 1. def. ſexti. ſ 11. quin. g 9. quin.



Detur recta A B, diuiſa bifariam in C, ſuperq; eius dimidiam BC, conſtituatur quodcunque parallelo grāmum CDEB, cuius diameter BD. Si igitur cōpleatur totū parallelogrammum ABEH, erit parallelogrammum AD, ſuper dimidiam AC, conſiſtens, applicatum ſecundum AB, deficiens parallelogrammo C E, & exiſtens ſimile defectui CE. Dico parallelogrammum AD, ad dimidiam AC, applicatum deficienſq; parallelogrammo CE, maximum eſſe omnium, quæ ſecundum A B. rectam applicantur, deficiuntq; parallelogrammis ſimilibus ſimiliterq; poſitis ipſi CE Sūpto ·n. puncto G, vtcunque in diametro B D, & ductis per G, rectis FGI, kG, quę ſint parallelæ rectis AB, BE; erit parallelogrammum F K, ſecundum rectam AB, applicatum deficiens parallelogrammo KI, *a* quod ipſi CE ſimile eſt, ſimiliterq; poſitum, cum ſit circa eandem cum CE, diametrum. *b* Quoniam vero complementa C G, G E, æqualia ſunt, ſi addatur cōe K I, erunt quoque æqualia CI, KE: *c* Eſt autem CI, æquale ipſi CF, propter baſes æquales AC, CB. Igitur & CF, KE, æqualia erunt; additoque communi C G, ęqualia erunt parallelogrammum A G, & gnomon L*M*, Quare cū CE, maius ſit gnomone

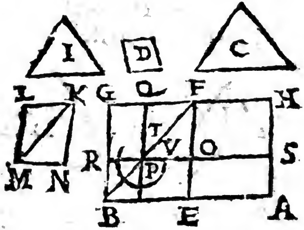
P LM,

LM, (continet .n. CE, præter gnomonem, parallelogrammũ adhuc DG) erit quoq; AD, *d* ęquale exiſtens ipſi CE, ꝑpter baſes æquales AC, CB, maius quam parallelogrammũ AG, eodem parallelogrãmo DG. Eodemque modo oſtendetur AD, maius eſſe omnib. parallelogrammis, quæ ita ſecundum rectam AB, applicantur, vt punctum G, ſit inter pũcta B, & D, hoc eſt, quæ occupant maiorem lineam ſemiſſe AC, habentq; minorem altitudinẽ quam AD; dummodo defectus ſimiles ſint ipſi CE.

Prob. 8. Propoſ. 28. *Ad datam lineam rectam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ ſimilis ſit alteri parallelogrammo dato. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicãdum eſt, non maius eſſe eo: quod ad dimidiam applicatur, cum ſimiles fuerint defectus, & eius, quod ad dimidiam applicatur, & eius cui ſimile deeſſe debet.*

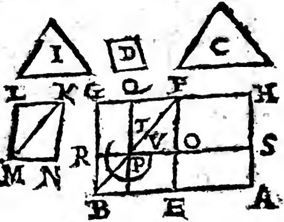
AD datam rectam lineam AB, dato rectilineo C, applicandum ſit parallelogrammum ęquale deficiens parallelogrammo, quod ſit ſimile dato alteri parallelogrammo D, Secta AB, bifariam in E, ſuper medietatem EB, *a* deſcribatur parallelogrammum EFGB, ſimile ipſi D, ſimiliterque poſitum, & compleatur totum parallelogrammum AHGB. Si igitur AF, æquale eſt ipſi

ipſi C, cum ſit applicatum ad A B, deficiens



parallelogrammo EG, ſimili ipſi D; factum erit, qđ iubetur. Si aũt AF maius eſt quam C. (Neq; enim minus eſſe debet. Nam cum propoſ. præcedentē, ipſum ſit omnium applicatorũ maximum, dummodo defectus ſint ſimiles, nō poſſet applicari vllũ ad AB, quod eſſet ipſi C, æquale, ſed oĩa eſſent minora. Propterea adiunxit Euclides; Oportet autem datũ rectilineum, &c.) erit quoq; ſibi æquale EG, maius quam C. Sit igitur maius rectilineo I (Qua vero ratione exceſſus duorũ rectilineorum ſit inquirendus, dictum eſt ad propoſ. 45. lib. 1.) *b* & cõſtituatur parallelogrammum KLMN, ſimile quidē ſimiliterq; poſitum ipſi D, ſeu ipſi EG, æquale vero exceſſui inuēto I; vt ſit EG, æquale rectilineo C, & parallelogrammo K M, ſimul; & ob id maius quam K M. Cum igitur ob ſimilitudinem ſit vt E F, ad FG, ita NK, ad KL; erunt quoq; latera EF, FG,

maiora lateribns NK, ad k L. *Si* .n. his illa forent æqualia, vel minora eſſet etiam EG, æquale ipſi N L, vel minus, vt conſtat. Quare abciſſis rectis F O, FQ. quæ ſint æquales ipſi kN, KL, & cōpleto paral-

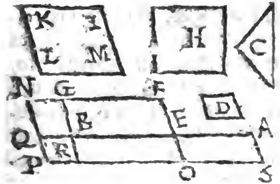


lelogrammo FQPO; erit hoc ipſi LN, æquale, & eidē ſimile ſimiliterq. poſitū, & propterea ipſi EG: *a* atq; adeo circa eandē diametrū cū *E*G, conſiſtet, quæ ſit *B*F. Productis iā rectis QP, OP, erit paral-lelogrammū AP, ad rectam AB, applicatū deficiens parallelcgrāmo PB, *b* qđ ſimile eſt ipſi EG. ſimiliterq; poſitū, & ꝓpterea ipſi D. Dico igitur AP, e-quale eſſe ipſi C. rectilineo. *c* Nā cū P G, æquale ſit cōplemento PE; ſi addatur cōe PB, erit & BQ, æquale ipſi EB, hoc eſt, ipſi ES, *d* qđ æquale eſt ipſi E R. ꝓp ter baſes æquales EA, EB. Quare ſi æqualibus AO, BQ, cōe addatur EP, erit AP, æquale gnomoni TV. Sed gnomon TV, æquali eſt rectilineo C, (Nā

5 ſex, b 24 ſex. c 4; pri. d 36. pri.

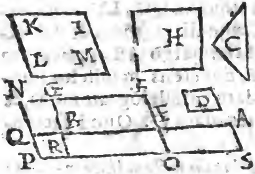
cum EG, parallelogrammum æquale ſit ipſi C, vna cum LN; ſi auferantur æqualia QO, LN, remanebit gnomon TV, ipſi C, æqualis.) Igitur & AP, eidẽ C, æquale erit. Ad rectam ergo AB, applicatum eſt parallelogrammo AP, deficiens parallelogrammo PB, quod ſimile eſt dato parallelogrammo D, & æquale exiſtens rectilineo dato C. Quod faciendum erat.

Problem. 9. Propoſ. 29. Ad datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, quæ ſimilis ſit parallelogrammo alteri dato.



AD datam rectã lineam AB, dato rectilineo C, applicãdum ſit parallelogrammum æquale, excedens parallelogrammo, quod ſimile ſit dato alteri parallelogrammo. D. Diuiſa AB, bifariam in E; *a* ſuper dimidiam EB, conſtruat parallelogrammum EFGB, ſimile ipſi D, ſimiliterque poſitum. *b* Deinde rectilineo C, & parallelogrammmo EG, cõſtituatur quadratum H, æquales; *c* cui quidem fiat parallelogrammũ IKLM, æquale ſimile vero ipſi EG, ſimiliterque poſitum; eritque propterea IkLM, maius quam EF

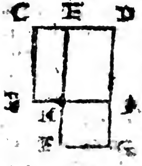
GB, quandoquidem æquale eſt quadrato H, quod conſtructũ,eſt rectilineo C, vna cum parallelogrammo E G, æquale. Cum igitur ob ſimilitudinem M K E G, ſit vt M I, ad I K, ita E F, ad F G, erunt quoque latera M I, I K, lateribus E F, F G, maiora. Si enim illa his forent æqualia, vel minora, eſſet quoq; M K, vel æquale ipſi EG, vel minus vt perſpicuũ eſt. Productis igitur FE, FG, vt rectæ F O, F N, æquales ſint rectis I M, I K, & cõpletto parallelogrãmo ON; erit hoc ſimile ſimiliterq; poſitum ipsi EG, cũ ſit æquale ipſi MK, & ſimile ſimiliterq. poſitum. d Quare ON, EG, circa eandẽ diametrum cõſiſtent. Productis iã AB, GB, ad Q R; & PO, donec cũ A S, ipſi FO, parallela cõueniant in S, erit parallelogrammũ A P, applicatũ ad rectã AB, excedens parallelogrãmo QR, e qđ ſimile eſt ipſi EG, ac ꝓpterea ipſi D. Dico igitur AP, æquale eſſe rectilineo C. f Nam cum AO, ER, ſint æqualia, g & ER, æquale complemento B N, erit & A O, ipſi B N, æquale. Addito ergo communi O Q, fiet A P, æquale gnomoni E P G. Atqui gnomon E P G, æqualis eſt rectilineo C. (Nam cum M k, hoc eſt, O N, ęquale ſit rectilineo C, vna cum E G; ſi auferatur commune EG, remanebunt æqualia gno-



d 26. ſex. e 24 ſex. f 36 pri. g 43 pri.

mon EPG, & rectilineum C.) Igitur & AP, æquale erit rectilineo C. Ad datam ergo rectam A B, dato rectilineo C, æquale parallelogrammum applicatũ eſt AP, excedens parallelogrammo R Q, quod ſimile eſt alteri dato D. Quod faciendum erat.

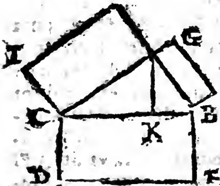
Probl. 10. *Propoſ.* 30. *Propoſitam rectam lineam terminatam extrema, ac media ratione ſecare.*



SIt recta A B, ſecanda extrema ac media ratione Deſcripto ſuper eam quadrato ABCD; a ad latus DA, applicetur rectangulum D F, æquale quadrato A C, & excedens parallelogrammo A F, ſimili ipſi quadrato, ita vt ſit A F, quoque quadratum, cum quadrato ſolum quadratum ſit ſimile. Secet autem recta E F, rectam AB, in H. Dico A B, in H, ſectam eſſe extrema ac media ratione. Cum .n. æqualia sint D F, & AC, si dematur cõe A E, remanebunt æqualia G H, HC, quæ cum habeant angulos æquales AHF, B HE, vtpote rectos, b erunt latera circa illos reciproca, hoc eſt, erit vt EH, hoc eſt, vt AB, ipſi EH, æqualis, ad HF, hoc eſt, ad AH, ipſi HF, æqualem, vt AH, ad H B. Quare cum ſit, vt tota A B, ad ſegmentum AH, ita ſegmentum AH, ad ſegmentum HB, ſecta eſt AB, extrema ac media ratione, per definitionem. Propoſitam ergo rectam lineam terminatam, &c. Quod erat faciendum.

a 29. ſex. b 14. ſex.

Theor.21. Propoſ. 31. In rectangulis triangulis, figura quæuis à latere rectum angulum ſubtendente deſcripta, æqualis eſt figuris, quæ priori illi ſimiles, & ſimiliter poſitæ à lateribus rectum angulum continentibus deſcribuntur.



Triangulum rectangulum ſit ABC, habens angulum B A C, rectum; deſcribaturque ſuper BC, quæcunque figura rectilinea BCDE, *a* cui ſimiles ſimiliterque poſitæ ſuper A B, A C, conſtituantur A B F G, A C IH. Dico figuram B D, æqualem eſſe duabus figuris A F, AI. Demiſſa .n. ex A, ad BC, perpendiculari AK, erit per corollarium propoſ. 8. huius lib. vt BC, ad C A, ita CA, ad CK. Quare vt BC, ad CK, prima linea ad tertiam, ita figura BD, ſuper primam, ad figuram C H, ſuper ſecundam ſimilem ſimiliterque poſitã, per coroll. propoſ. 19. vel 20. huius lib. & conuertendo vt CK, ad BC, ita figura CH, ad figuram BD. Non ſecus oſtendetur, eſſe quoque vt BK, ad B C, ita figuram B G; ad figuram B D; cum tres lineæ B C, BA, BK, ſint quoque proportionales &c. Quoniam igitur eſt vt C k, prima quantitas ad B C ſecundam, ita CH, tertia ad BD, quartam; Item vt Bk, quinta quantitas ad BC, ſecundã, ita BG, ſexta ad B D, quar-

a 18. ſex. b 24 quin.

D,quartam ; *b* erit vt prima CK.cum quinta Bk, ad BC,ſecundam, ita tertia CH,cum ſexta BG, ad BD, quartam : Sunt autem prima Ck, & quinta B K, ſimul æquales ſecundæ BC. Igitur tertia CH,& ſexta B G, ſimul æquales quoque erunt quartæ B D, Quod eſt propoſitum.

Theor. 22. Propoſ. 32. Si duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, ſecundum vnum angulum compoſita fuerint, ita vt homologa eorum latera ſint etiam parallela : tum reliqua illorum triangulorum latera in rectam lineam collocata reperientur.

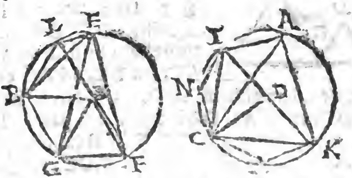


HAbent triangula ABC, DCE latera A B, AC, lateribus D C, D E. proportionalia, vt quidem A B, ad AC, ita DC, ad DE, componanturque ad angulum ACD, ita vt latera homologa AB:DC; Item AC DE,inter ſe ſint parallela. Dico duo latera reliqua B C, C E, rectam componere lineam. Cum .n. parallelæ ſint AB,DC,*a* erit angulus A, alterno ACD,æqualis: Eademque ratione angulus D. eidem ACD, æqualis erit; ac propterea A, & D, inter ſe quoque exiſtent æquales. Quoniam igitur triangula ABC, DCE, habent latera circa æquales angulos A,& D, proportionalia; ipſa *b* erunt inter ſe ęquiangula,habebuntq; ęquales angulos B, & DCE. Additis ergo æqualibus A, & ACD, erunt duo

a 29. pri. *b* 6. ſex.

duo anguli B, & A, duobus angulis DCE, ACD hoc eſt angulo ACE, æquales. Rurſus addito cõi A C B, fient tres anguli trianguli A B C, duobus angulis ACE, ACB, æquales: Sed illi tres æquales ſunt duobus rectis. Ergo & duo ACE, A C B, duobus erunt rectis æquales: Atque idcirco BC, CE, vnam rectam lineam conſtituent. Itaque ſi duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 23. Propoſ. 33. In æqualibus circulis, anguli eandem habent rationem cum peripherijs, quibus inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant: Inſuper vero, & ſectores, quippe qui ad centra conſiſtunt.



Sint duo circuli æquales ABC, EFG, quorum cẽtra D, H, ſumanturq; ex circulis duo arcus quicunque BC, FG, quibus ad centra quidem inſiſtant anguli BDD, FHG, ad circumferentias vero anguli BAC, FEG. Dico eſſe, vt arcum BC, ad arcum F G; ita angulum BDC, ad FHG. & BAG, ad FEG. & ſectore BDC, ad ſectorem FHG. *a* Applicentur enim

a 1. quar. in

in circulis æquales CI, quidem ipſi BC, & ipſi F G, GK, kL. Æquales igitur erunt *b* arcus, quibus hæ rectæ inſiſtunt. ergo & anguli *c* ad centra æquales inter ſe erunt BDC,& CDI, ſimiliter FHG,& GHL, &c. ergo æque multiplices ſunt arcus, & anguli ad centra, cum ſint diuiſa in partes æquales, & ſpacia ad centra,& arcus, ſi ergo arcus ſe excedent, vel æquales ſunt, ſimiliter,& anguli, *d* ergo vt ſe habet arcus BC, ad FG, ita angulus BDC, ad FHG, & hoc idem de ſpacio, vt arcus ad arcum, ita ſpacium ad ſpacium. ergo etiam vt angulus BDE, ad F G H, ita dimidium *f* BAC, ad dimidium FEG.

Conſtituantur iam in ſegmentis B C, C I, anguli BMC, CNI, *g* qui æquales erunt, cum inſiſtant arcubus æqualibus BAC, CBAI. Quare ſimilia erunt ſegmenta BMC, CNI *h* atque adeo inter ſe equalia, propterea quod ſunt ſuper rectas BC, CI, æquales. Additis igitur triangulis BDC, C D I, quæ equalia quoque ſunt, fient ſectores BDC, C D I, æquales. Quapropter tam multiplex erit ſector BDI, ſectoris BDC, quam eſt multiplex arcus BCI, ipſius arcus B C. Similiter oſtendemus ſectorem FHL, tam multiplicem eſſe ſectoris FHG, quam multiplex eſt arcus FGKL, ipſius arcus F G. Quoniam vero ſi arcus B CI, æqualis fuerit arcui FGKL, ſector quoque BDI, ſectori FHL, æqualis eſt; (vt in ſectoribus BDC, C DI, oſtenſum fuit,) & ſi maior, maior, & ſi minor, minor: Deficient propterea vna arcus BCI, & ſector BDI,

b 28 ter. c 27 ter. d 6. def. quin. f 20. ter. g 27. ter. h 24. ter.

BDI, æque multiplicia primæ magnitudinis BC, & tertiæ BDC, ab arcu FGKL, & ſectore F H L, æque multiplicibus ſecundæ magnitudinis F G, & quartæ FHG, vel vna æqualia erunt: vel vna excedent, ſi ea ſumantur, quæ inter ſe reſpondent. Quamobrem quæ proportio eſt arcus B C, primæ magnitudinis, ad arcum FG, ſecundam magnitudinem, ea erit ſectoris B D C, tertiæ magnitudinis, ad ſectorem FHG, quartam magnitudinem. In æqualibus ergo circulis anguli eandem habent rationem cum peripherijs, &c. Quod demonſtrandum erat.

F I N I S.

Digitized by Google

LIBRI STAMPATI
DALLI TVRRINI,
Roſſi, e Neri.

MIſſale Romano foglio ordinario diſteſo nuouo in legno.

I [illegible] con figure in rame.

Det[illegible] in 4. con figure in rame.

Breuiario Romano 8. Mondo con linee diſteſo in legno nuouo.

Detto con figure in rame.

Detto Papino in 8. picciolo legno nuouo.

Detto S. Pietro in legno 8. ordinario.

Offitio Romani in 12. nuouo con Confeſſionario in fine.

Detto in 24. con detto.

Detto in 32. grandi lettera groſſa con detto.

Detto in 32. grandi ordinarij.

Detto in 32. picciolo con detto legno.

Detto in 32. picolo rame.

Detto in 64. con detto.

Detto in 128. piccoliſſimi in forma nuoua.

Detto in 16 vn'officio ſolo.

Detto da Dozzina, ò ſia da Putti lettera groſſa 16.

Offitio di S. Franceſco per Breuiarij Papino in 8. picciolo, quali poſſono ſeruire anco per Breuiarij ordinari in 8.

Detto per Breuiarij in 16.

Horæ Diurnæ S, Auguſtini. 24,

Digitized by Google

Offitio Santi di Spag. per Breuiar. in 8. ordinarij.
Detto per Breuiarij in 8. picolo Papino, e poſſono ſeruire anco per Breuiarij in 16.
Inni nuoui li più compiti 8.
Offitio Santi nuoui compiti. 8.
Meſſe da morto in foglio grande legno
Dette con figure di rame.
Offitio ſettimana ſanta in 32. picolo con le dichiarationi del Calamato.
Deciſiones Regni Napol. Regentis Franc. S. Felicio 1. & 2. tomo & additioni a ſuoi luoghi foglio.
Tract. de Conc. Cred. Rodriquez cō additioni 4.
Scaccia de Appellat. cum additiones & Decis. Rotæ Rom. fog.
Io. del Caſtillo de vſufructu 1. e 2 par. cō addit. fog.
Controuerſiæ de Can Elect. Franc. maria Sam. fog.
Lucerna Regularium Io. Maria Nouario, con nouiſſ. Tract. de Priuilegijs Religioſorum. 4.
Io. Ægidij Trulench in Præcepta decalogi & Eccleſiæ tom. 2. fog.
Pract. Viſitandi Infirmos. Iacobo Mancino cum nouiſs. addit. 8.
Afforiſmi d'Ippocrate. 16.
Catechiſmo Rom. 8.
Concilio Tridentino. 8.
Scrutino Sacerdotale. 12.
Index lib. Prohib. cū Elenchus vſque anno 1644.
Complementum Artis Exorciſtica cum nouiſs. Tract. de modo interrogand Demonum. 8.

Deci-

Deciſiones Cathaloniæ. Io. Petrus Fontanella. f.
Suma Cenſurarum Ant. Glianes 24. cum addit.
Tract. de modo Articulandi e Probandi. Marcelo Calà cum addit. Ricij. 4.
Bona[illegible] de Elect. Pontifici foglio &
Br[illegible] otitia ad Confeſſar. Ioſepho Auguſtino. 24. c[illegible] dit.
A[illegible] to del Bignagmi. 4.
Orationi Sacre dell'Azzolini con gionta in 12.
Panegirici Sacri del Teſauro 12.
Stato dell'anime del Purgatorio de fanciulli nel Limbo, de Beati in Cielo e de Dannati nell'Inferño del P. Roa con gionta. 12.
Sermoni ſopra le figure del Purgatorio del P. Steffano Pepe prima e ſeconda parte in 4.
Detto ſeconda parte ſeparata, 4.
Vita di Suor Maria Maddalena de Pazzi 4. con gionta.
Dictionario Ciceroniano, 8.
Introductio in Geographia. Philippi Cluuerij. 24. con gionta.
Proſodia B[illegible]onienſe P. Riciolo. 12.
Iſtoria del Caualier Perduto di Pace Paſini. 4.
Calloandro ſmaſcherato di Gio. Ambroſio *Marini*.
Idem Gare de d[illegible]perati 12.
Elucidario *Poetico* in 12.
Epiſtole Eroiche del Bruni. 24.
Geneologia de gli Dei del Bocaccio con l'Elucidario Poetico, & vn nuouo Rimario, e ſillabario

del

del Niſielli in quarto.

Iſtorie Memorabili de noſtri tēpi di Aleſſandro Zilioli tomi 3. in 4.

Lettere Amoroſe di Margherita Coſta Rom. 8.

Lettere di buone feſte del Maia Ma[illegible]rdone, & altri Auctori. 8.

Maddalena Conuertita del Brignole. 12.

Oficina Iſtorica dell'Aſtolfi con le no[illegible] delle coſe più memorabili del mondo di Lucio [illegible]mpelio Volgare in 4.

Politica Maſſima Declamationi del Pelegrini. 12

Sindicato di Tiberio Imperatore del Gucci. 12.

Suceſſi differenti del Veſc. di Belley tradotti. 12.

Raguagli del Regno d'Amore. 12.

Sfogamenti d'Ingegno del Minozzi. 12.

Diuozioni alla Madonna del Martegiani. 32.

Aggiuſtamento ò corriſpondenza dei Peſi, e delle miſure con tutte le Città del Mondo. 8.

Euclide Elemēt. Teſto 12. cō figure a ſuoi luoghi

Detto in 16. nuoua impreſſione.

Carro Trionfale de Predicatori del P. Bona. 12.

Trattato nuouo di formar ſquadroni con vna ſol Regola 16.

Altri Libri hauti loro le Impreſſioni intiere.

Epitaffij Giocoſi del Loredano prima ſeconda & terza Centuria.

Epigramata Io. Oƀen 18. amſterdam.

Dolcezze amare di Vito Canaldo. 12.

I. e M. del P. 4.

BIBLIOTECA NAZ ROMA VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

ed by Google